

1. Bizonyítsa be, hogy ha $L_1 \prec L_2$ és $L_2 \in \text{NP}$, akkor $L_1 \in \text{NP}$.
2. Bizonyítsa be, hogy ha $L_1 \prec L_2$ és $L_2 \in \text{co NP}$, akkor $L_1 \in \text{co NP}$.
3. Tudjuk, hogy $L_1 \prec L_2$ és hogy az L_2 komplementere Karp-redukálható a PARTÍCIÓ nyelvre. Igazolja, hogy ekkor $L_1 \in \text{co NP}$!
4. Igazolja, hogy léteznek az alábbi Karp-redukciók! (a) $\text{RH} \prec \text{HAM}$ (b) $\text{ÖSSZEFÜGGŐ} \prec 3\text{SAT}$
(c) $\text{ÖSSZEFÜGGŐ} \prec \text{PÁROS}$
(ÖSSZEFÜGGŐ az összefüggő gráfok nyelve, PÁROS meg a páros gráfoké)
5. Igazolja, hogy ha $\text{co NP} \neq \text{NP}$, akkor $\text{MAXKLIKK} \notin \text{P}$.
6. Adjon Karp-redukciót a PARTÍCIÓ problémáról a RH problémára!
(Az RH eldöntési problémában egy $(s_1, s_2, \dots, s_n; b)$ inputról kell eldönteni, hogy ki lehet-e választani pár olyan s_i -t, amiknek összege b (minden s_i és b is pozitív egész). A PARTÍCIÓ problémában pedig egy $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ inputról kell eldönteni, hogy szét lehet-e osztani az s_i értékeket két halmazba úgy, hogy a két rész összege ugyanaz legyen (minden s_i pozitív egész).)
7. Mutassa meg, hogy az alábbi nyelvek NP-teljesek!
 - (a) az olyan G gráfokból álló nyelv, amelyek kiszínezhetőek 3 színnel úgy, hogy mindegyik színt ugyanannyiszor használjuk.
 - (b) az olyan (G, a, b, k) négyesekből álló nyelv, ahol G egy irányítatlan gráf, $a, b \in V(G)$, $k > 0$ egész szám és G -ben van olyan út a és b között, aminek a hossza legalább k .
 - (c) az olyan (G, a, b) hármasokból álló nyelv, ahol G egy irányítatlan gráf, $a, b > 0$ egész számok és a G gráfnak van a $K_{a,b}$ teljes páros gráffal izomorf feszített részgráfja.
 - (d) az olyan G irányítatlan gráfokból álló nyelv, amelyekre G -ben van olyan C kör, hogy minden $v \notin C$ csúcs össze van kötve éllel a C valamely csúcsával.
 - (e) az olyan G irányítatlan gráfokból álló nyelv, amelyekre G -ben van olyan C kör aminek hossza legalább G csúcsszámának fele.
 - (f) az olyan Boole-formulákból álló nyelv, amelyek két különböző értékadással is kielégíthetőek.
8. Tegyük fel, hogy $\text{P} \neq \text{NP}$ és $L_1 \in \text{P}$. Lehetséges-e, hogy
 - (a) egy NP-teljes L_2 nyelvre L_1 Karp-redukálható?
 - (b) egy NP-teljes L_2 nyelv Karp-redukálható L_1 -re?
 - (c) az L_1 nyelv NP-beli?
9. Tekintsük azt a problémát, hogy egy adott G irányítatlan súlyozott gráfban mekkora a maximális súlyú út súlya! Adja meg, mi lesz az ehhez tartozó nyelv, és lássa be, hogy az NP-teljes!
10. S-T-HAMÚT jelöli az olyan (G, s, t) hármasokból álló nyelvet, ahol a G irányítatlan gráf s és t csúcsa között van Hamilton-út. Igazolja, hogy az alábbi nyelvekre az S-T-HAMÚT nyelvről van Karp-redukció!
 - (a) HAMÚT: a Hamilton-úttal rendelkező gráfok nyelve
 - (b) HAM: a Hamilton-körrel rendelkező gráfok nyelve
11. Bizonyítsa be, hogy az S-T-HAMÚT nyelv NP-teljes!
12. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges n csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy van-e benne Hamilton-kör. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott G gráfban egy Hamilton-kört?