

1. Adjon időkorlátot az alábbi feladatokban megkonstruált Turing-gépekhez!
 - Adjon 1-szalagos determinisztikus Turing-gépet a $\{0^{2^m} \mid m \geq 0\}$ nyelvhez!
 - Adjon 2-szalagos nemdeterminisztikus Turing-gépet a $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ nyelvhez!
 - Adjon 2-szalagos determinisztikus Turing-gépet a $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ nyelvhez!
 - Adjon 1-szalagos determinisztikus Turing-gépet a $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ nyelvhez!
 - Adjon 2-szalagos nemdeterminisztikus Turing-gépet az $\{1^m \mid m \text{ összetett szám}\}$ nyelvhez!
2. Álljon az L nyelv azokból az (n, m) párokból, amelyekben n és m egy-egy pozitív egész szám bináris alakja, és ez a két szám relatív prím. Igaz-e, hogy $L \in P$?
3. Bizonyítsa be, hogy nincs olyan polinom időkorlátos Turing-gép, amelynek bemenete egy pozitív egész szám k bináris alakban, kimenete pedig 2^k bináris alakban!
4. Adjon polinom időkorlátos Turing-gépet, amelynek bemenete két pozitív egész szám k és m bináris alakban, kimenete pedig $2^k \bmod m$ (vagyis 2^k maradéka m -el osztva) szintén bináris alakban!
5. Álljon az L nyelv azokból az irányítatlan gráfokból, melyekben nincs kör. Igazolja, hogy $L \in P$.
6. Az L nyelv álljon az olyan (G, s, t) hármasokból, ahol G egy irányított gráf, s és t a gráfnak két csúcsa és G -ben van út s -ből t -be. Igazolja, hogy $L \in P$.
7. Legyen $L_1 \in P$ és $L_2 \in P$. Bizonyítsa be, hogy $L_1 \cup L_2 \in P$ is teljesül!
8. Bizonyítsa be az alábbi két nyelvről, hogy NP-beliek! Melyikről tudja belátni, hogy P-ben van?
 - (a) G irányítatlan gráfok nyelve, amelyekben van legfeljebb 100 élből álló kör.
 - (b) (G, k) párokból álló nyelv, ahol a G irányítatlan gráfban van legfeljebb k élből álló kör.
9. Igazolja, hogy a
 - (a) $\text{MAXKLIKK} = \{(G, k) : G \text{ irányítatlan gráfban van } k \text{ pontú klikk}\}$ nyelv NP-ben van.
 - (b) $\text{5KLIKK} = \{G : G \text{ irányítatlan gráfban van } 5 \text{ pontú klikk}\}$ nyelv
 - (i) NP-ben van,
 - (ii) P-ben van.
10. Bizonyítsa be, hogy az alábbi nyelvek coNP-beliek!
 - (a) Az olyan páros gráfok nyelve, amelyekben van teljes párosítás.
 - (b) Az olyan gráfok nyelve, amelyekben van teljes párosítás.
 - (c) Az olyan gráfok nyelve, amelyekben akárhogyan színezzük ki az éleket 2 színnel, mindig keletkezik egyszínű háromszög.
11. Álljon a nyelv az olyan (G, t) párokból, ahol G egy nemnegatív élsúlyokkal rendelkező irányítatlan gráf, $t > 0$ egész, és G -ben minden, t darab élből álló párosítás súlya legalább t^2 . Igazolja, hogy ez a nyelv coNP-ben van!
12. Legyen $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ olyan polinom időben kiszámolható, bijektív függvény, aminél minden $x \in \{0, 1\}^*$ szóra teljesül, hogy $|f(x)| = |x|$.
 Legyen $L = \{y \mid \text{van olyan } 1\text{-gyel kezdődő } x, \text{ amire } f(x) = y\}$. Igaz-e, hogy $L \in \text{NP} \cap \text{coNP}$?
13. Igazolja, hogy az a nyelv, ami az összes olyan M determinisztikus véges automata leírásából áll, melyre $L(M) \neq \emptyset$ teljesül, NP-ben van.
14. Igazolja, hogy $3\text{SZÍN} \prec 100\text{SZÍN}$!
15. Mutassa meg, hogy ha $X \prec Y$, akkor $\overline{X} \prec \overline{Y}$ is igaz.