

**Elméleti számítástudomány, 2018 tavasz**  
**2018. február 21.**

1. Legyen  $L$  egy rekurzívan felsorolható nyelv a  $\{0, 1\}$  ábécé felett.  $L$  segítségével képezzük a következő  $L_1$  nyelvet:

$$L_1 = \{y \in \{0, 1\}^* \mid \text{létezik olyan } k \geq 1, \text{ hogy } y0^k \in L\}$$

Lássa be, hogy  $L_1$  rekurzívan felsorolható!

2. Álljon az  $L$  nyelv azon Turing-gépek kódjaiból, amik legfeljebb egy szót fogadnak el. Igazolja, hogy  $L \in coRE$ .
3. Rekurzív-e az  $L = \{w : \exists M_w \text{ és } L(M_w) = L_u\}$  nyelv?
4. Álljon az  $L$  nyelv az olyan Turing-gépek kódjaiból, melyeknek nyelve nem tartalmaz egyetlen szót sem a megállási nyelvből. Igazolja, hogy  $L$  nem rekurzív.
5. (a) Igaz-e, hogy az  $L_u$  univerzális nyelv komplementere rekurzívan felsorolható?  
(b) Rekurzív-e az  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists M_w \text{ és } L(M_w) = \overline{L_u}\}$  nyelv?
6. Lássa be, hogy a következő nyelv nem rekurzív:

$$L = \{w \mid M_w \text{ létezik és pontosan akkor fogad el egy } x_1 = 0x \text{ szót, ha elfogadja az } x_2 = 1x \text{ szót is}\}$$