

**Elméleti számítástudomány, 2018 tavasz**  
**2018. február 12.**

1. Legyen  $\Sigma = \{a, b\}$  és az  $f$  függvény legyen

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{ha az } x \in \Sigma^* \text{ szó } ab\text{-vel kezdődik} \\ ax & \text{ha az } x \in \Sigma^* \text{ szó } b\text{-vel kezdődik} \\ \text{nincs definiálva} & \text{egyébként} \end{cases}$$

Adjon meg egy Turing-gépet, amely az  $f$  függvényt számolja ki! (A gép működését vázolja szövegesen, és adja meg  $M$  pontos definícióját is – gráffal vagy az átmeneti függvény leírásával.)

2. (1. feladatsor 2. példája) Adjon Turing-gépet az  $\{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$  nyelvhez (több szalagot is lehet használni)!

3. (a) Rekurzív-e a prímszámokból (a bináris alakjaikból) álló nyelv?

(b) Vázolja egy olyan (többszalagos) kiszámoló Turing-gép működését, ami egy unárisan megadott  $m$  input számhoz megkeresi  $m$  legkisebb valódi osztóját! (Az unáris megadás azt jelenti, hogy az inputot  $1^m$  alakban kapjuk.)

4. Legyen  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Az  $f$  függvény értéke egy  $x \in \Sigma^*$  inputon  $xx$ , amennyiben  $x$  olyan nem-üres szó, ami csak egyféle karaktert tartalmaz, egyébként  $f$  nincsen értelmezve.

Adjon meg egy olyan (determinisztikus, több szalagos) kiszámoló Turing-gépet, ami ezt a függvényt számolja ki,

- először szövegesen, de precízen vázolva a működését,

- majd az átmeneti függvény megadásával vagy ábrával is!