

1. Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát!

$$\begin{aligned} & \min\{x_1 - 2x_2 + x_4\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ & x_1 + x_3 + 5x_4 = 1 \\ & x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

2. (a) Mi a duálisa az alábbi lineáris programozási feladatnak?

(b) Igaz-e, hogy a primál feladat célfüggvénye korlátos a megoldások halmazán?

$$\max\{2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4\}$$

ha

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_2 + 2x_4 \leq 6$$

$$x_1 + x_3 + x_4 \leq 7$$

$$2x_2 + 3x_4 \leq 8$$

3. (a) Mi a duálisa az alábbi lineáris programozási feladatnak?

(b) Mutassuk meg, hogy az  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -1$ ,  $x_3 = 0$  a primál feladat egy optimális megoldása, míg az  $y_1 = 4$ ,  $y_2 = 2$ ,  $y_3 = 3$ ,  $y_4 = 0$  a duál feladat egy optimális megoldása!

$$\max\{17x_1 + 17x_2 + 17x_3\}$$

ha

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 1$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 3$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 2$$

4. (a) Írjuk fel az alábbi ( $n$  változós) lineáris programozási feladat duálisát! (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis ne mátrixos alakot használjunk.)

(b) Igaz-e, hogy az  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 1$  választással a primál feladat optimális megoldását adtuk meg?

$$\max\{nx_1 + (n-1)x_2 + \dots + 2x_{n-1} + x_n\}$$

ha

$$x_1 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$\vdots$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq n$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$