

7. Gyakorlat

Függetlenség, Korreláció

- Kétszer dobunk egy szabályos dobókockával. Jelölje X a hatosok, Y pedig a páros eredmények számát. Független-e X és Y ?
- Az X és Y valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat.

	X			
Y				

- a) $p = ?$ b) $\mathbb{P}(X \leq 0, Y = 1) = ?$ c) Független-e X és Y ? d) $\mathbb{E}(XY) = ?$
- Egy dobozban 6 golyó van, 2 fehér, 2 zöld és 2 piros. Egyesével addig húzunk visszatevés nélkül a dobozból, amíg piros golyót nem kapunk. Jelölje X a kihúzott golyók számát, Y pedig a kihúzott fehér színű golyók számát. Adjuk meg az együttes eloszlásuk táblázatát. Független-e X és Y ?
 - Legyenek $X, Y \sim \text{Geo}(\frac{2}{3})$ függetlenek. Határozzuk meg az alábbi mennyiségeket:
 - $\mathbb{E}(XY)$
 - $\mathbb{P}(X = 2 | Y = 5)$
 - $\mathbb{P}(X = Y)$.

- Egy kalapban egy-egy cédulára fel vannak írva az 1, 2, 3 számjegyek. Egymás után, visszatevés nélkül kivesszünk két cédulát. Legyen X az első, Y a második húzás eredménye.
 - $\text{cov}(X, Y) = ?$
 - $\text{cov}(X, X) = ?$
 - $\text{cov}(Y, Y) = ?$
 - $\text{corr}(X, Y) = ?$
 - Független-e X és Y ?
- Legyen X olyan valószínűségi változó, amire $\mathbb{E}(X) = 2$, $\mathbb{E}(X^2) = 5$ és $\mathbb{E}(X^3) = 14$. Számítsuk ki a $\text{corr}(X, X^2 - 4X)$ -et. Független-e $X - 2$ és $(X - 2)^2$?
- Két kockával dobunk, X az egyesek száma, Y a másodiknak dobott szám. Adjuk meg X és Y
 - kovarianciáját
 - korrelációját.
- Legyen X Poisson-eloszlású valószínűségi változó $\lambda > 0$ paraméterrel, és $Y = 2X + 1$. Adjuk meg Y szórásnégyzetét (más néven varianciáját).
- Legyen $X \sim \text{Geo}(\frac{1}{3})$. Adjuk meg az $\mathbb{E}((3 - X)^2)$ és a $\mathbb{D}(5 - 2X)$ mennyiségeket.
- Bizonyítsuk be, hogy ha X és Y azonos szórású valószínűségi változók, akkor $X + Y$ és $X - Y$ korrelálatlanok.

- IMSc 6. Legyenek $X \sim \text{Pois}(1)$ és $Y \sim \text{Pois}(4)$ független valószínűségi változók. Továbbá legyen J egy olyan, ezektől független valószínűségi változó, ami 80% eséllyel 1, egyébként 0. Definiáljuk a $Z = J * X + (1 - J) * Y$ változót. (Vagyis 80% eséllyel X , és a maradék 20% eséllyel Y értékét veszi fel.) Igaz-e, hogy Z Poisson-eloszlású? (Ha igen, milyen paraméterrel; ha nem, miért nem?)