

7. Gyakorlat
Ismétlő feladatsor

1. Legyenek az A és B független események, C pedig mindkettőjüket kizáró esemény. Tegyük fel, hogy $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(C) = \frac{1}{3}$. $\mathbb{P}(\overline{A \cap B} \cup C) = ?$
2. Egy tesztelés alatt lévő gyártóeszközzel kiderül, hogy a vizsgált gyártmány 0,15 valószínűséggel anyaghibás, 0,3 valószínűséggel mérethibás, és 0,2 valószínűséggel felületi hibás. A hibák páronként függetlenek, de együttesen nem: 0,02 valószínűséggel egyszerre következik be mindhárom hibatípus. Mennyi a valószínűsége, hogy egy termék hibátlan?
3. Két urna közül az egyikben 5 zöld és 7 kék, a másikban 3 zöld és 8 kék golyó van. Az elsőből találmra átrakunk kettőt a másodikba, majd onnan átteszünk egyet az elsőbe. Mi az esélyünk kék golyó húzására, ha a) az első b) a második urnából húzunk?
4. A vizsgázók 75%-a A szakos, 15%-a B szakos, és 10%-a C szakos. Annak az eseménynek a valószínűsége, hogy egy hallgató ötöst kap, az A szakosok esetében 0,4, a B szakosoknál 0,7, és a C szakosoknál 0,6. Ha egy személyről tudjuk, hogy ötösre vizsgázott, akkor milyen valószínűséggel lehet a) A , b) B , c) C szakos?
5. Aladár és Béla a következő játékot játsszák: mindketten dobnak egy-egy dobókockával, és ha egyikőjük legalább kétszer akkora dob, mint a másik, akkor a vesztes kifizeti a dobott számok összegének háromszorosát a nyertesnek (egyébként döntetlen). Mennyi Aladár nyereségének várható értéke?
6. Egy dobozban három piros és két fehér golyó van. Visszatevéssel hatszor húzunk a dobozból. Jelölje X a pirosak számát. Adjuk meg X és $Z = (X + 2)(X - 2)$ valószínűségi változók várható értékeit.
7. Tekintsük azt az f valószínűségi függvényt, amire $f(x) = \alpha \cdot x^4$, ha $x \in (2, 3)$, és 0 egyébként. Milyen α paraméterérték mellett lesz ez sűrűségfüggvény? Adja meg ebben az esetben a megfelelő eloszlásfüggvényt. Jelölje X a sűrűségfüggvényhez tartozó valószínűségi változót. Mennyi $\mathbb{P}(X > 12)$ illetve $\mathbb{E}(X)$?
8. Egy kosárba próbálunk bedobni egy papírgalacsint. A találat valószínűsége minden próbálkozásnál 0,2 (a többi próbálkozástól függetlenül). Mennyi a szükséges próbálkozások átlagos száma? Ha az első találat után tovább próbálkozunk, várhatóan hányadik dobásra találunk be másodszer?
9. Tíz berendezést egyszerre kapcsolunk be. Mindegyik berendezés hibamentes működési ideje órában számítva exponenciális ideig tart, $\lambda = \frac{1}{9}$ paraméterrel, egymástól függetlenül. Mekkora valószínűséggel fog közülük legalább öt működni 10 óra múlva?
10. Egy telefonra az első hívás beérkezésének ideje örökifjú tulajdonságú. Mi az első hívás érkezésének várható ideje, ha 0,5 annak az esélye, hogy 3 órán belül nem érkezik hívás.
11. A márkaszervizbe a tulajdonosok időnként betelefonálnak a kérdéseikkel (egymástól függetlenül, egyforma valószínűséggel). Annak a valószínűsége, hogy egy óra alatt nem történik hívás, 25%.
a) Várhatóan hány hívás érkezik 3 óra alatt?
b) Mi annak a valószínűsége, hogy 8 órából legalább 2-ben legfeljebb 1 hívás érkezik be?
12. Egy városban az utakon 25% az olyan napok aránya, amikor egyetlen baleset sem történik. Rendszeresen autó közlekedik, nagyságrendileg minden nap ugyanannyi, és minden autó egymástól független, egyforma valószínűséggel okoz balesetet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a jövő héten pontosan 2 napon lesz 1-nél több baleset?
13. Egy réten három szarvas legelészik gyanútlanul. Egymásról nem tudva három vadász lopakodik a tisztáshoz, és egyszerre tüzelnek a vadakra. Mindegyik lövés talál, és halálos. Mennyi a lövések után a rétről elszaladó szarvasok számának várható értéke és szórása? (Elvileg több vadász is lőhet ugyanabba a szarvasba...)
14. A dobozban kezdetben egy-egy fekete és fehér színű golyó volt. Ekkor ismételtelen visszatevéssel húzunk a dobozból egy golyót, amíg feketét nem kapunk. Ha egy húzásnál fehéret kapunk, akkor a kihúzott golyót és még plusz két fehér golyót teszünk a dobozba. Jelölje X a fekete golyó húzásáig tartó húzások számát, a fekete golyó húzását is beleszámolva. Adja meg X eloszlását, várható értékét és szórását.