

3. Gyakorlat

Diszkrét valószínűségi változók, Várható érték, Geometriai valószínűség

1. Legyen A , B és C három esemény, melyek valószínűségei és metszeteinek valószínűségei a következők:

$$\mathbb{P}(A) = 0,5 \quad \mathbb{P}(B) = 0,4 \quad \mathbb{P}(C) = 0,3 \quad \mathbb{P}(A \cap B) = 0,3$$

$$\mathbb{P}(B \cap C) = 0,2 \quad \mathbb{P}(C \cap A) = 0,1 \quad \mathbb{P}(A \cap B \cap C) = 0,1$$

Az A , B és C közül bekövetkező események számát jelölje Y . Mennyi $\mathbb{P}(0 < Y < 3)$?

2. Dobjunk két 10 oldalú dobókockával, jelölje az eredményeiket X és Y . Mennyi $\mathbb{P}(X \leq Y)$?
3. Egy 32 lapos magyarkártya-pakliból addig húzunk (visszatevés nélkül), amíg ászt nem kapunk. Jelölje X az eközben kihúzott hetesek számát. Számoljuk ki a $\mathbb{P}(X \geq 1)$ valószínűséget.

-
4. Két kockával dobva, mennyi a dobott számok maximumának várható értéke?
5. Tegyük fel, hogy az 5-ös lottó nyereményei rögzítettek: az 5-ös találat 1 millárd, a 4-es 6 millió, a 3-as 35 ezer, míg a 2-es kétezer forintot nyer. Egy szelvényvel mennyi a nyereményünk várható értéke?
6. Egy érmével addig dobunk, amíg először fordul elő, hogy két egymás utáni dobás értéke azonos. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke?
7. Egy boltban izzókat árulnak. Az izzók 1%-a hibás. Ha veszünk 100 darabot, akkor
- (a) Mekkora eséllyel lesz legfeljebb három hibás?
 - (b) Várhatóan hány hibásat vettünk?
 - (c*) Hány lesz közülük rossz a legnagyobb valószínűséggel?
8. Jelölje X egy kockadobás eredményét. Mennyi $\mathbb{E}((X - 3)^2)$?

-
9. Egy 10 cm oldalhosszúságú négyzetre leejtünk egy 3 cm átmérőjű kör alakú pénzdarabot úgy, hogy a pénzdarab középpontja benne legyen a négyzetben. Tegyük fel, hogy a pénzdarab középpontja egyenletes valószínűséggel eshet akárhova (azaz egy bármilyen x cm² területű részbe esés valószínűsége $x/100$). Mennyi a valószínűsége, hogy a pénzdarab lefedí egy négyzet csúcsát?
10. Vegyünk egy véletlen $P = (a, b)$ pontot az egységnégyzetből. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a $p(x) = ax^2 - 2bx + 1$ polinomnak nincs valós gyöke?
11. A $[0; 1]$ intervallumon találmra kiválasztunk két számot. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik szám több, mint kétszerese a másiknak?
12. A $(0; 2)$ és $(0; 3)$ szakaszokon választunk találmra egy-egy pontot, legyenek ezek x és y . Mennyi a valószínűsége, hogy az x , y és 1 hosszúságú szakaszokból szerkeszthető háromszög?
13. Legyen x és y két véletlenszerűen választott $(0, 1)$ -beli szám. Mekkora a valószínűsége, hogy $x + y < 1$ és $x \cdot y < 0,16$?

IMSc 3. Szeretnénk egy $x \in \{0, 1\}$ jelet továbbítani. A jelnek sorban át kell haladnia n db relén. A relék egymástól függetlenül átváltoztathatják x -et az ellenkező értékre (vagy változatlanul hagyhatják). Azt mondjuk, hogy egy relének q elfogultsága van, ha $\frac{1-q}{2}$ eséllyel változtatja meg x -et. Mekkora eséllyel érkezik meg az eredeti x , ha $n = 7$, és minden relé elfogultsága 0,98?