

## 2. Gyakorlat

Feltételes valószínűség, Teljes valószínűség tétele, Bayes-formula

1. Egy szabályos dobókockával dobunk, jelölje az eredményét  $x$ . Legyenek

$$A = \{x \text{ prím}\}, \quad B = \{x \text{ páros}\}, \quad C = \{x \leq 4\}$$

események. Független-e  $A$  és  $C$ ? Ha tudjuk, hogy  $x$  páros, mekkora eséllyel lesz prím? Azaz  $\mathbb{P}(A | B) = ?$

2. Mennyi annak a valószínűsége, hogy két, egymástól függetlenül kitöltött lottószelvény közül legalább az egyik négytalálatos?
3. Az  $A$  és  $B$  események közül legalább az egyik mindig bekövetkezik. Ha  $\mathbb{P}(A | B) = 0,2$  és  $\mathbb{P}(B | A) = 0,5$ , akkor mennyi  $\mathbb{P}(A)$ ,  $\mathbb{P}(B)$  illetve  $\mathbb{P}(A | \bar{B})$ ? Független-e  $A$  és  $B$ ?
4. Számoljuk ki annak a feltételes valószínűségét, hogy két kockával dobva mindkét érték páros feltéve, hogy összegük legalább tíz.
5. Háromszor dobunk fel egy szabályos pénzérmét. Jelentse  $A$  azt az eseményt, hogy a dobások között fej és írás is előfordul,  $B$  pedig azt az eseményt, hogy legfeljebb egy írás fordul elő. Állapítsuk meg, független-e  $A$  és  $B$ .

6. Először húzunk egy lapot egy 52 lapos franciakártya-csomagból. Ha ez *pikk*, akkor egyszer, egyébként pedig kétszer dobunk fel egy szabályos dobókockát. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz hatos dobás?
7. Egy rekeszben 15 teniszlabda van, melyek közül 9 még használatlan. Három játékhoz kiveszünk találomra három-három labdát, közben minden játék után visszarakjuk azokat a rekeszbe. (Nyilván ha volt köztük használatlan, az a játék során elveszti ezt a tulajdonságát.) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindhárom kivételhez egy új és 2 használt labda kerül a kezünkbe?
8. Négy várost utak kötnek össze a következőképp: A-t összeköti út B-vel illetve C-vel, hasonlóan D-t összeköti út B-vel és C-vel, továbbá megy egy út B és C városok között is. Egy adott téli napon az egyes útszakaszokon egymástól függetlenül  $1/5$  valószínűséggel alakul ki hótorlasz. Mekkora a valószínűsége, hogy az adott napon el lehet jutni A-ból D-be?

9. Feldobunk két szabályos dobókockát, és ha  $k$  darab hatos az eredmény, akkor  $k$  piros és  $2 - k$  sárga golyót teszünk egy (kezdetben üres) dobozba. Ezután kétszer húzunk visszatevéssel: mindkét húzásra piros golyót húzunk. Mit tippelnénk  $k$  értékére? Mekkora esélyünk van eltalálni?
10. Adott egy vizsgakérdés, három lehetséges válasszal. Egy hipotetikus hallgató  $p$  valószínűséggel tudja a helyes választ, míg ha nem tudja, tippel (egyenlő eséllyel választva a három válasz közül). Feltéve, hogy helyesen válaszolt, mi a valószínűsége, hogy tudta is a választ a hallgató? Mi a helyzet  $p = \frac{1}{4}$  esetén?
11. Feldobunk egy szabályos kockát, majd egy szabályos érmét annyiszor, amennyit a kocka mutat.
- Mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem dobunk fejet?
  - Feltéve, hogy egyszer sem dobunk fejet, mennyi a valószínűsége, hogy a kockával 6-ost dobtunk?
12. Tegyük fel, hogy Magyarországon a lakosság 50%-a nő, 50%-a férfi, illetve hogy a nők 95%-ának és a férfiak 10%-ának hosszú a haja.
- Mekkora a valószínűsége, hogy a mozgólépcsőn előttem álló hosszú hajú illető lány?
  - Mekkora a valószínűsége, ha ugyanezt a Schönherz liftjénél látom, ahol a lakók 99%-a fiú?

IMSc 2. Egyenletesen véletlenszerűen vegyünk egy 9 hosszú, csak 0, 1, 2 számokat tartalmazó sorozatot. Feltéve, hogy az egymást követő elemek különbözőek, mi az esélye, hogy a sorozat első eleme megegyezik az utolsóval?