

**Adatstruktúrák és algoritmusok**  
**1. gyakorlat, 2016. február 5.**  
**Függvények nagyságrendje**

**Definíció.** Ha  $f(n)$  és  $g(n)$  a természetes számokon értelmezett, pozitív értékeket felvevő függvények, akkor

$f = O(g)$  jelöli azt a tényt, hogy vannak olyan  $c, n_0 > 0$  állandók, hogy  $n \geq n_0$  esetén  $f(n) \leq c \cdot g(n)$  teljesül.

$f = \Omega(g)$  jelöli azt a tényt, hogy vannak olyan  $c, n_0 > 0$  állandók, hogy  $n \geq n_0$  esetén  $f(n) \geq c \cdot g(n)$  teljesül.

$f = \Theta(g)$  jelöli azt a tényt, hogy  $f = O(g)$  és  $f = \Omega(g)$  is teljesül.

---

**1.** Legyen  $f(n) = 10n + 1000$ ,  $g(n) = n\sqrt{n}$ . Döntsük el, hogy az  $f = O(g)$ ,  $f = \Omega(G)$ ,  $f = \Theta(g)$  állítások közül melyek teljesülnek.

**2.** Egy  $\mathcal{A}$  algoritmusról azt tudjuk, hogy az  $n$  hosszú bemeneteken a lépésszáma  $O(n \log n)$ . Lehetséges-e, hogy

- a) van olyan  $n$  méretű bemenet, amin a lépésszám pontosan  $n^3$ ,
- b) minden  $n$  méretű bemeneten legfeljebb  $1000n$  lépést használ,
- c) minden páros  $n$  méretű bemeneten pontosan  $n^2$  lépést használ?

---

**3.** Mutassuk meg, hogy

- a)  $5x^2 + 3x + 1 = \Theta(x^2)$ ;
- b)  $x^2 + 4x + 17 = O(x^3)$ , de  $x^3 \neq O(x^2 + 4x + 17)$ ;
- c)  $2^{n+1} = O(2^n)$ , de  $2^{2n} \neq O(2^n)$ ;
- d)  $1 + 2 + \dots + n = O(n^2)$ , de  $1 + 2 + \dots + n \neq O(n)$ .

**4.** Melyik az a legkisebb egész  $k$ , amelyre igaz, hogy az alábbi kifejezés  $O(n^k)$ ?

- a)  $(n^2 + 8)(n + 1)$
- b)  $(n \log n + n^2)(n^3 \log n + 2)$

**5.** Tegyük fel, hogy van egy számítógépes programunk, ami egy  $k$  méretű feladaton a jelenlegi gépünkön egy nap alatt fut le. Beszereztünk egy ezerszer gyorsabb számítógépet. Ugyanazon programmal mekkora feladatot lehet az új gépen egy nap alatt megoldani, ha a program lépésszáma  $n$  méretű feladat esetén

- a)  $n$ ,    b)  $n^3$ ,    c)  $2^n$ ,    d)  $\log^3 n$ ?

---

**6.** Tekintsük az  $f_1(n) = 2009n!$  és  $f_2(n) = 100(n - 1)!$  függvényeket. Igaz-e, hogy

- a)  $f_1 = O(f_2)$ ,    b)  $f_2 = O(f_1)$ ,    c)  $f_1 = \Omega(f_2)$ ,    d)  $f_2 = \Omega(f_1)$ ?

**7.** Melyik az a legkisebb egész  $k$ , amelyre igaz, hogy az alábbi kifejezés  $O(x^k)$ ?

- a)  $2x^2 + x^3 \log x$
- b)  $(x^4 + x^2 + 1)(x\sqrt{x} + 1)$
- c)  $\frac{x^7 + 5 \log x}{x^4 + 1}$