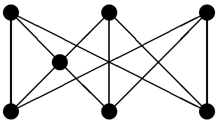
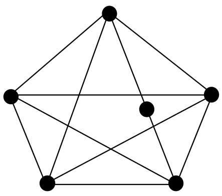
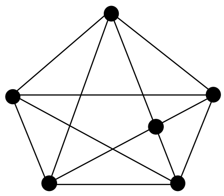
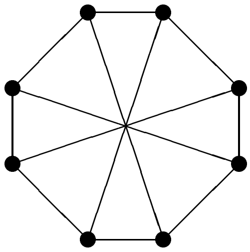
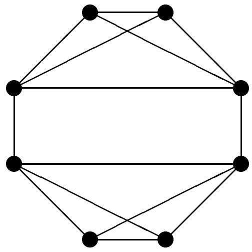
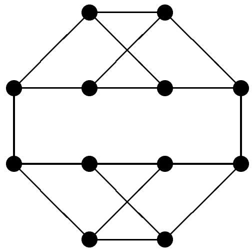
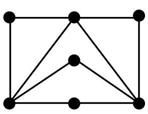
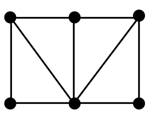
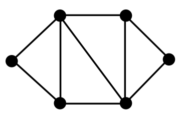
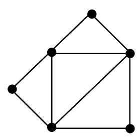
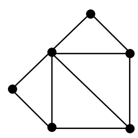
Számítástudomány elemei gyakorlat
4. feladatsor (2002. okt. 3.)

1. Síkba rajzolhatók-e a következő gráfok? Ha igen, rajzold le élkereszteződés nélkül; ha nem, mutass bennük egy Kuratowski-gráffal topologikusan izomorf részgráfot!

(a)  (b)  (c) 

(d)  (e)  (f) 

2. Legyenek a G_n gráf csúcsai az $\{1, 2, ..., n\}$ számok, és két csúcs pontosan akkor legyen összekötve, ha a nekik megfelelő számok egyike osztója a másiknak. Bizonyítsuk be, hogy $n \geq 16$ esetén G_n nem síkba rajzolható! (Pótzh, 2001. máj.)
3. Egy hatelemű halmaz kételemű részhalmazai legyenek egy gráf pontjai. Két pont akkor legyen összekötve éllel, ha a nekik megfelelő részhalmazok diszjunktak (metszetük üres). Síkba rajzolható-e ez a gráf?
4. Hány csúcsa van annak a G összefüggő 4-reguláris síkgráfnak, amelynek a síkba rajzolásakor 10 tartomány keletkezik? (Vizsga, 2001. dec.)
5. Egy 20 csúcsú konvex poliéder lapjainak száma 12. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos? Melyik ez a poliéder?
6. Keress gyengén izomorfakat az alábbi gráfok között!

(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

7. (a) Rajzoltam egy nyolc csúcsú fát. Mi lehet a duálisa?
   (b) Bizonyítsd be, hogy tetszőleges két n csúcsú fa gyengén izomorf egymással!
8. Legyen G egy 20 pontú, összefüggő, 3-reguláris síkgráf. Hány pontja van G duálisának, G^*-nak? (ZH, 2001. máj.)
9. Egy nemzetközi konferencián egy asztalnál öt különböző ország egy-egy képviselője ül. Bizonyítsuk be, hogy van közöttük kettő, akiknek az országa nem szomszédos!