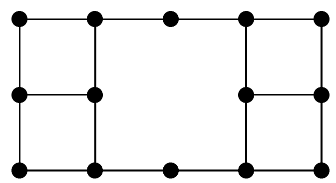
Számítástudomány elemei gyakorlat
3. feladatsor (2002. szept. 26.)

Az előző óráról maradt:

1. Egy teljes gráf ponthalmaza $\{x_1, x_2, ..., x_s, y_1, y_2, ..., y_t\}$. Az (x_i, x_j) élek költsége (súlya) 1 Ft, az (y_i, y_j) éleké 2 Ft, az (x_i, y_j) éleké pedig 3 Ft. Mennyibe kerül a legolcsóbb feszítőfa? (ZH, 2000. márc.)
2. Hány olyan fa adható meg az $1, 2, ..., 100$ csúcsokon, melynek van olyan éle, amit elhagya a maradék gráf két komponensének pontjai rendre az $1, 2, ..., 50$ ill. az $51, 52, ..., 100$ csúcsok?

Új feladatok:

1. Van-e az alábbi gráfnak Hamilton-köre ill. -útja? (Vizsga, 2001. jún.)



2. Hány Hamilton-köre ill. -útja van a $K_{n,n}$ teljes páros gráfnak? (Vizsga, 1999. máj.)
3. A G 3-reguláris egyszerű gráfra teljesül, hogy $|E(G)| = 2 \cdot |V(G)| - 3$. Bizonyítsuk be, hogy G-ben van Hamilton-kör! (ZH, 1999. márc.)
4. A G egyszerű gráf pontjai az $1, 2, ..., 100$ számok. Az i és j pontok pontosan akkor vannak éllel összekötve, ha $|i - j| \leq 2$. Van-e G-ben Euler-kör ill. Euler-út? (ZH, 2000. márc.)
5. A G gráf pontjai egy 10 elemű halmaz 2 elemű részhalmazainak felelnek meg. Két pont akkor van összekötve éllel, ha a pontoknak megfelelő két részhalmaz *diszjunkt*. Van-e a G gráfban Euler- ill. Hamilton-kör? (Pótzh, 1999. máj.)
6. Egy 12 fős társaságban mindenki legalább 6 embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy a társaság leültethető egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait! (Pótzh, 2001. dec.)
7. A G összefüggő gráfban minden pont foka páros. Bizonyítsa be, hogy ha G-nek páros sok éle van, akkor létezik G-nek olyan H részgráfja, hogy $V(G) = V(H)$, és minden pont H-beli foka éppen fele a G-beli fokának. (ZH, 2000. máj.)
8. Legyen $n \geq 3$ és legyen a G gráf pontjainak halmaza az n hosszúságú $0 - 1$ sorozatok halmaza. A gráf két pontja között akkor és csak akkor van él, ha a nekik megfelelő két sorozat legalább 2 helyen eltér. Milyen n esetén van G-ben Euler-körséta? (Vizsga, 2000. jún.)