Számítástudomány elemei gyakorlat
12. feladatsor (2002. nov. 28.)

1. (ism.) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges p prímre $(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$!
2. (ism.) Bizonyítsuk az ismert 9-cel való oszthatósági szabályt! (Útmutatás: legyen b 10-es számrendszerbeli felírása $a_n a_{n-1} ... a_0$, ekkor igazoljuk, hogy $b \equiv a_0 + a_1 + ... + a_n \pmod{9}$ teljesül.)
3. Bizonyítsuk be, hogy a
$$\{z \in \mathbb{C} \text{ melyre } \exists k \in \mathbb{N}^+ : z^k = 1\}$$
halmaz (vagyis az összes komplex egységgyök) a komplex számok szorzására nézve Abel-csoportot alkot! (Vizsga, 2000. máj.)
4. Bizonyítsuk be, hogy az n elem összes permutációi által alkotott csoportban (az n-edfokú szimmetrikus csoportban, azaz S_n-ben) az 1-es elemet helyben hagyó permutációk részcsoportot alkotnak! (Vizsga, 2001. jún.)
5. Álljon A azokból a 2×2-es mátrixokból, melyeknek mind a négy eleme ugyanaz a pozitív valós szám. Csoportot alkot-e ez a halmaz a szokásos mátrixszorzással? (Pótzh, 2001. máj.)
6. Hány hatodrendű elem van
   (a) a 24 rendű ciklikus csoportban, C_{24}-ben?
   (b) a szabályos tízszög szimmetriacsoportjában, D_{10}-ben? (Vizsga, 2001. jún.)
7. Mutassuk meg, hogy végtelen sok n pozitív egész számra teljesül, hogy az n elemű csoportok izomorfak!
8. Bizonyítsuk be, hogy egy G csoport tetszőleges a elemének rendje megegyezik a^{-1}, vagyis a inverzének rendjével!
9. Csoportot alkotnak-e a valós számok az $a \otimes b = ab + a + b$-vel definiált műveletre? (Vizsga, 2002. jan.)