Számítástudomány elemei gyakorlat
11. feladatsor (2002. nov. 21.)

1. Keressük meg az alábbi egyenletek megoldásait (ha léteznek) az egész számok körében!
   (a) $27x + 63y = 50$
   (b) $71x - 50y = 1$
2. (a) Adjuk meg a $17x \equiv 3 + 5x \pmod{51}$ kongruencia összes megoldását mod 51 !
   (b) Milyen megoldásai vannak a $21x \equiv 14 \pmod{35}$ kongruenciának mod 35?
   (Vizsga, 2001. jún.)
3. Oldjuk meg az alábbi kongruenciákat!
   (a) $5x \equiv 61 \pmod{444}$
   (b) $202x \equiv 157 \pmod{203}$
4. Igazoljuk az Euler-Fermat–tétel segítségével, hogy $4^{24} - 3^{24}$ osztható 35-tel!
   (Vizsga, 1999. jún.)
5. Határozzuk meg 303^{404} utolsó két számjegyét! (Pótzh, 1999. máj.)
6. Milyen maradékot ad 75-tel osztva $88^{89^{98}}$? (Pótzh, 2001. dec.)
7. Igazoljuk, hogy ha $n > 0$ páratlan egész szám, akkor $2^{n!} - 1$ osztható n-nel.
8. Keressünk olyan n természetes számokat, amelyekre $\varphi(n) = 2, 4, 14$!
9. Legyen p_1 és p_2 két prímszám úgy, hogy $p_1 > p_2$. Adjuk meg az összes olyan p_1, p_2 számpárt, amelyekre $p_2^{p_1} \equiv 2 \pmod{p_1}$ teljesül! (Vizsga, 2000. máj.)
10. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges p prímre $(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$!
11. Bizonyítsuk az ismert 9-cel való oszthatósági szabályt! (Útmutatás: legyen b 10-es számrendszerbeli felírása $a_n a_{n-1} ... a_0$, ekkor igazoljuk, hogy $b \equiv a_0 + a_1 + ... + a_n \pmod{9}$ teljesül.)