Bevezetés a számításelméletbe 1. gyakorlat
9. feladatsor (2002. ápr. 19.)

1. Határozd meg tetszőleges n pozitív egész számra
   (a) az n-edik komplex egységgyökök összegét;
   (b) az n-edik komplex egységgyökök szorzatát!
2. Határozd meg az alábbi halmazok számosságát:
   (a) 0 és 1 közötti racionális számok halmaza;
   (b) 0 és 1 közötti irracionális számok halmaza;
   (c) a sík azon pontjainak halmaza, melyeknek mindkét koordinátája egész;
   (d) a tér azon pontjainak halmaza, melyeknek mindhárom koordinátája racionális;
   (e) a tér azon pontjának halmaza, melyeknek x és y koordinátája egész, z koorditátja pedig irracionális!
3. Mi a számossága annak a halmaznak, melynek elemei azok a számok, melyek felírhatók $a + b\sqrt{k}$ alakban, ahol k pozitív egész, a és b pedig racionális számok? (ZH. 1999. dec.)
4. Mi a valós számegyenesen megadható olyan nyílt intervallumok halmazának számossága, melyeknek mindkét végpontja racionális szám? (Vizsga, 1999. febr.)
5. Hányféleképpen lehet kiszínezni a természetes számokat
   (a) két színnel;
   (b) négy színnel úgy, hogy a színezés periodikus legyen; (A színezés periodikus, ha van olyan p szám - periódus, melyre n és $n + p$ szám színe mindig ugyanaz.)
   (c) két színnel - pirossal és kékkel - úgy, hogy az első n szám között több a kék, mint a piros minden n esetén;
   (d) három színnel úgy, hogy a szomszédos számok különböző színűek?
6. Mennyi az olyan 0-val kezdődő végtelen hosszú egész tagú sorozatok halmazának számossága, melyekben bármely két szomszédos tag különbsége 1 vagy -1? (Vizsga, 2001. jan.)
7. Bontsuk a sík összes egyeneseinek halmazát két részhalmazra: H_1-et alkossák az origón átmenő egyenesek, H_2-t a többi egyenes. Határozzuk meg H_1 és H_2 számosságát! (ZH. 2000. dec.)
8. Hány olyan végtelen hosszú $0 - 1$ sorozat van, amiben az 1-esek száma véges ? (Vizsga, 1999. jan.)