Bevezetés a számításelméletbe 1. gyakorlat
1. feladatsor (2002. febr. 15.)

1. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely párhuzamos a $3x + y - 3z = 8$ egyenletű síkkal, és átmegy a $(3, 4, 5)$ ponton, ill. amelyik átmegy az origón!

2. Határozd meg az $x + y + z = 5$ és a $2x - y - 2z = 3$ egyenletű síkok metszésvonalának azt a pontját, amelyik az xy síkba (x és y tengelyek által meghatározott síkba) esik! (ZH. 1999. nov.)

3. Az e egyenes egyenlete $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{3}$. Írd fel az irányvektorát! Ennek segítségével határozd meg annak az egyenesnek az egyenletrendszerét kétféleképpen (paraméteresen is), amely párhuzamos e-vel, és áthalad a $P(1, -3, 0)$ ponton!

4. Számítsd ki az $x - 2 = -\frac{y+4}{2} = z - 4$, és $\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{3} = -\frac{z+1}{2}$ egyenesek metszéspontját!

5. Határozzuk meg a háromdimenziós térben az $(1, 1, 1)$ és a $(2, 2, 4)$ pontokon átmenő egyenesnek és a $2x + 3y - z = 2$ egyenletű síknak a metszetét! (ZH. 2000. nov.)

6. Írd fel az $A(1, 2, -1)$, $B(2, -2, 3)$, $C(1, 0, -2)$ pontokon átmenő sík egyenletét!

7. A t paraméter mely értékére lesz az alábbi három egyenlettel megadott síkoknak egynél több közös pontja: (ZH. 1998. nov.)

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 4 \\ 2x + y + 8z &= 5 \\ 5x + y + tz &= 11 \end{aligned}$$

8. Döntesd el, hogy az alábbiakban megadott V alaphalmaz a $\oplus$-szal jelölt vektorösszeadással és a $\odot$-tal jelölt skalárral való szorzással vektorteret alkot-e?

   (a) V az egész számok halmaza, $\oplus$ az egészek összeadása, $\lambda \odot v = v$ minden skalár és $v \in V$ esetén.

   (b) V a racionális számok halmaza, $\oplus$ a racionális számok összeadása, $\lambda \odot v = [\lambda \cdot v]$, ahol a $[\ ]$ a szám egészrészét jelöli.

   (c) V a pozitív valós számok halmaza, $u \oplus v = u \cdot v$ (azaz a $\oplus$ a valós számok szorzása!), $\lambda \odot v = v^\lambda$.

   (d) V a valós számok halmaza, $a \oplus b = a$, a skalárral való szorzás a szokásos.

9. Fejezzük ki R^4-ben az $(1, 1, 1, 1)$ vektort az $(1, 1, 1, 0)$, $(1, 1, 0, 1)$, $(1, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 1)$ vektorok segítségével!

10. R^4 vektorai közül melyek fejezhető ki az alábbi vektorok segítségével: $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 2, 0, 0)$, $(1, 2, 3, 0)$, $(1, 2, 3, 4)$?