

# Tömegkiszolgálás pót zárthelyi

2015. április 16.

---

A megoldásokhoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

**1. feladat.** Tekintsük a következő játékot! Ha  $i$  Ft-ja van a játékosnak ( $0 < i < N$ ), akkor  $p$  valószínűséggel nyer 1 Ft-ot, és  $1 - p$  valószínűséggel veszít 1 Ft-ot. Ha 0 Ft-ja van, akkor kap 1 egyforintot. Ha  $N$  Ft-ja van, akkor  $1/2$  valószínűséggel 1 Ft-al csökken a vagyona  $1/2$  valószínűséggel nem változik. Írjuk fel az átmeneti mátrixot! Mikor stabil a Markov lánc?

**2. feladat.** Tegyük fel, hogy egy autómosóban minden percben pontosan egy autót mosnak le. Legyen  $\frac{1}{4}$  annak a valószínűsége, hogy egy adott percben nem érkezik új autó,  $\frac{1}{2}$  valószínűséggel egy,  $\frac{1}{4}$  valószínűséggel pedig kettő új autó érkezik. Az autómosó területére 4 autó fér be (az éppen mosott autóval együtt), a többi autó közterületen várakozik, ami után az autómosó büntetést kell, hogy fizessen. Mekkora annak a valószínűsége, hogy fizetnie kell az autómosónak?

**3. feladat.** Egy kiszolgáló  $\frac{3}{4}$  valószínűséggel kiszolgál egy igényt egy adott időegységben,  $\frac{1}{4}$  valószínűséggel nem szolgál ki egyet sem. Add meg az egymást követő kiszolgálások között eltelt idő eloszlását? Mennyi a kiszolgálási idő várható értéke?

**4. feladat.** Adjon elégséges feltételt véges állapotú Markov-lánc stabilitására!

**5. feladat.** Mennyi a  $(n, p)$  paraméterű binomiális eloszlás szórásnégyzete? Bizonyítsd is!