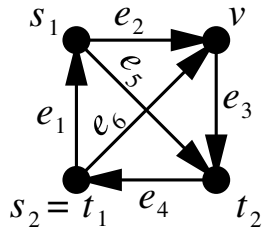


1. Tekintsük a következő kéttermékes folyamfeladatot: maximalizálandó az összfolyamérték az alábbi ábra hálózatában, ha az első, illetve a második termékhez tartozó termelő és fogyasztó pontok s_1 és t_1 , illetve s_2 és t_2 , továbbá az élek kapacitásai az alábbi táblázatban (annak a $c(e)$ sorában) láthatók.



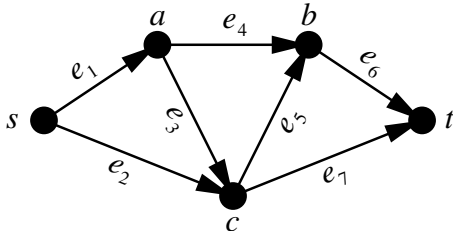
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
$c(e)$	1	2	2	2	3	2
$x_1(e)$	□	□	□	2	□	□
$x_2(e)$	1	□	2	□	□	2

A feladatot egy LP szolver programmal megoldva a fenti táblázatban látható $x_1(e)$, illetve $x_2(e)$ értékeket kaptuk, amik minden e élre az első, illetve második termékből szállított mennyiséget jelölik. Határozzuk meg a táblázat hiányzó, □-val jelölt értékeit és állapítsuk meg a maximális összfolyamértéket. (ZH, 2023. május 17.)

2. Egy hurokmentes irányított gráf B illeszkedési mátrixából az elemek egy része elveszett. Állítsuk vissza az elveszett elemeket (amelyeket □ jelöl) és rajzoljuk le a gráfot.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & \square & 1 & 0 \\ \square & 0 & \square & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & \square & \square \end{pmatrix}$$

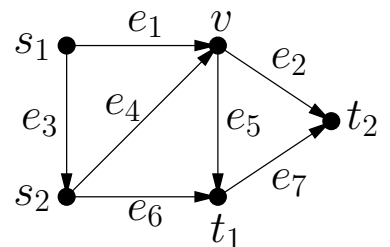
3. Tekintsük a következő minimális költségű folyam feladatot: az alábbi ábrán látható gráfban keressünk az s -ből t -be menő, legalább 4 értékű folyamok között minimális költségűt, ha az élekhez tartozó $c(e)$ kapacitás és $k(e)$ költség értékek az alábbi táblázatban láthatók. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott minimális költségű folyam feladattal). A lineáris programot ne mátrixos alakban adjuk meg, hanem a változók, a feltételek és a célfüggvény kiírásával. (ZH, 2020. május 12.)



e	:	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
$c(e)$:	3	2	1	2	2	2	3
$k(e)$:	3	2	1	3	1	1	3

4. Legyen B egy 100 élű, hurokmentes irányított gráf illeszkedési mátrixa. Határozzuk meg a $B \cdot B^T$ mátrix főátlójában álló elemek összegét.

5. Tekintsük a következő kéttermékes folyamfeladatot: maximalizálandó az összfolyamérték a jobbra látható ábra hálózatában, ha az első, illetve a második termékhez tartozó termelő és fogyasztó pontok s_1 és t_1 , illetve s_2 és t_2 , továbbá az e_1 , e_5 és e_6 élek kapacitása 2, a többi él kapacitása 1. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott kéttermékes folyam feladattal). A keresett lineáris programot ne mátrixos alakban adjuk meg. (ZH, 2013. április 22.)



6. A többtermékes folyamfeladat előadáson adott definíciójában a célfüggvény választása a gyakorlati alkalmazások szempontjából nem tűnik reálisnak. Valóban, az előadáson is elhangzott példa szerint hiába viszünk például egy óriási extra szállítmány vasszőget a vasboltba, ez nem kompenzálja az élelmiszerboltból hiányzó kisebb mennyiségű tejet. Természetesebbnek tűnne a kérdést eldöntési probléma formájában feltenni: minden termékhez tartozna az inputban egy előírt mennyiség és a kérdés az volna, hogy a többtermékes folyamfeladatnak van-e olyan megoldása, amelyben minden termékhez a folyamérték eléri a hozzá előírt mennyiséget. Mutassuk meg, hogy a feladatnak ez a változata visszavezethető az előadáson definiált változatra.