

Rendszeroptimalizálás

Pótzárthelyi feladatok

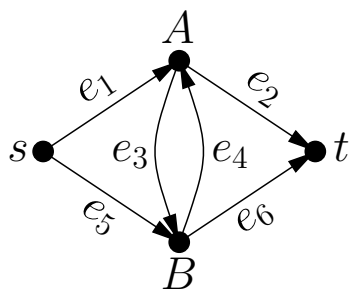
2012. április 26.

1. a) Írjuk fel a jobbra látható lineáris programozási feladat duálisát! (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis ne mátrixos alakot használjunk.)

$$\begin{aligned} & \max \{x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 3 \\ & 2x_2 - x_4 = 6 \\ & x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 8 \\ & 3x_2 - 2x_4 \geq -9 \end{aligned}$$

b) Döntsük el, hogy a (primál) feladat célfüggvénye felülről korlátos-e a megoldáshalmazán!

2. Tekintsük a következő minimális költségű folyam feladatot: az alábbi ábrán látható gráfban keresünk az s -ből t -be menő, legalább 3 értékű folyamok között minimális költségűt, ha minden él kapacitása 2, az élekhez tartozó költségek pedig az alábbi táblázatban láthatók. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott minimális költségű folyam feladattal)!



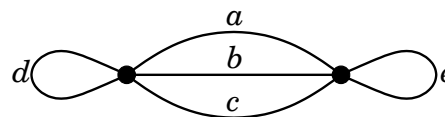
e	:	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
$k(e)$:	3	3	1	1	5	1

(A folyam feladatot tehát *nem szükséges* megoldani, a feladat csupán a lineáris programként való megfogalmazás.)

3. Hányféle nemizomorf matroidot reprezentálhat a valós test felett az alábbi mátrix az x különböző választásai mellett? Ahol a matroid grafikus, ott gráffal is adjuk meg!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & x \end{pmatrix}$$

4. Az ábrán látható gráf körmatroidja legyen \mathcal{M} . Határozzuk meg az $\mathcal{M} \vee \mathcal{M}$ és az $\mathcal{M} \vee U_{5,2}$ matroidösszegeket! Ahol az összeg grafikus, ott gráffal is adjuk meg!



5. Hajtsuk végre és dokumentáljuk a Steiner-fa problémára tanult 2-approximációs algoritmust az alábbi bemenetre. A G gráf legyen teljes gráf az $1, 3, 5, 7, 9, 11$ csúcsokon, az (i, j) él súlya legyen $i + j - 3$, T pedig legyen az $\{5, 7, 9, 11\}$ halmaz.

6. Bizonyítsuk be, hogy a $Pm || C_{\max}$ feladatra az LPT ütemezés approximációs faktora nem rosszabb, mint $\frac{3}{2} - \frac{1}{2m}$.

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra.**