

## Rendszeroptimalizálás/Kombinatorikus optimalizálás 2,3

1. Határozzuk meg azon  $G$  gráfokat, melyeknek minden élét  $C \geq 1$  ponttal felosztva olyan gráfot kapunk, melynek van Hamilton-köre.
2. Mutassunk olyan (nem egyszerű) gráfot, melynek élkromatikus száma nagyobb, mint  $\Delta(G) + 1$ . (Vagyis igazoljuk, hogy a Vizing-tétel feltételei közül a gráf egyszerűsége nem elhagyható.)
3. Adjuk meg azt a legkisebb összefüggő páros gráfot, melyben egyik osztály sem alkot maximális független pontthalmazt.
4. Adjunk polinomiális algoritmust egy tetszőleges  $G$  egyszerű síkgráf 6-színezésére. (Segítség: minden  $n$  csúcsú egyszerű síkgráfra igaz, hogy legfeljebb  $3n - 6$  éle van.)
5. Egy gráfnak pontosan nyolc darab jó 2-színezése van. Határozzuk meg a gráf komponenseinek számát.
- 6\*. Egy 3-reguláris gráfnak pontosan hat darab jó 3-élszínezése van. Mutassuk meg, hogy a gráfban van Hamilton-kör.
- 7\*. Egy  $n$  csúcsú gráfnak pontosan hat darab jó 3-színezése van. Mutassuk meg, hogy a gráf éleinek száma legalább  $2n - 3$ .