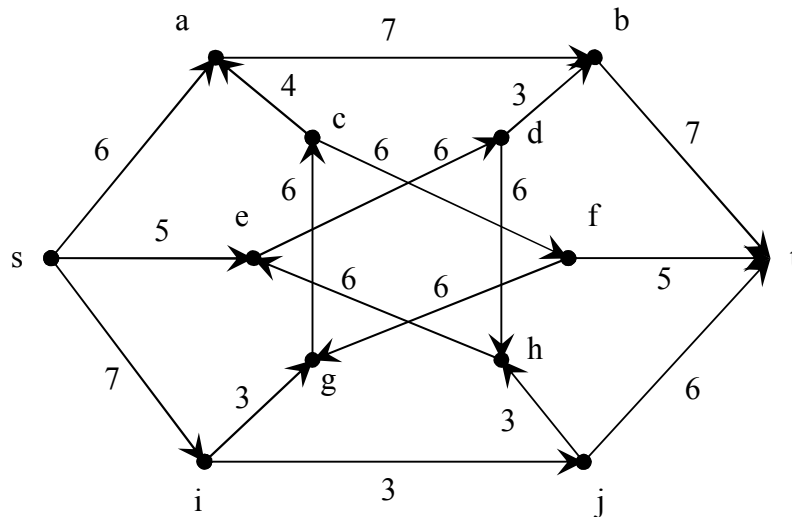


Számítástudomány alapjai

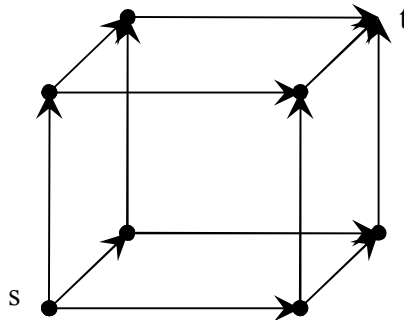
5. gyakorlat – *Hálózati folyamatok* – 2008. 10. 07.

<http://www.cs.bme.hu/~peresz/sza/>

1. (ZH, 2006) Határozzuk meg a maximális folyam értékét az alábbi hálózatban!



2. (6/8) Egy hálózati folyam gráfja a kocka élhálózata az ábrán látható irányítással. A termelő (s) és a fogyasztó (t) a kocka két átellenes pontja. Az éleket 1 vagy 2 kapacitásúnak választhatjuk meg. A cél az, hogy az elérhető maximális folyam értéke a lehető legnagyobb legyen, de azt minél kevesebb 2 kapacitású éllel érjük el. Hány 2 kapacitású élre van szükség, és hogyan helyezük el azokat?



3. (6/10) Egy hálózatot készítünk az $n \times n$ méretű rácsból ($n > 1$): a csúcsok a rács pontjai, az élek pedig balról jobbra, illetve fentről lefelé vannak irányítva. Az élek kapacitása 1 vagy 2 lehet. Mennyi lehet a maximális folyam értéke a bal felső csúcsból (s) a jobb alsóba (t), ha a 2 kapacitású élek száma $0, 1, 2, \dots$?
4. (6/11) Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páros szám, akkor
- van olyan maximális folyam, melyben a hálózat minden élén páros a folyam értéke?
 - minden maximális folyamban a hálózat minden élén páros a folyam értéke?
5. (6/12) Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páratlan szám, akkor
- van olyan maximális folyam, melyben a hálózat minden élén páratlan a folyam értéke?

- b. minden maximális folyamában a hálózat minden élén páratlan a folyam értéke?
6. (6/13) Legyen a G gráf csúcshalmaza $\{1, 2, \dots, 2k\}$. A v csúcsból pontosan akkor vezessen él a w csúcsba, ha $v < w$. A (v, w) él kapacitása legyen 1, ha v páratlan és 2, ha v páros. Mennyi az 1-ből $2k$ csúcsba vezető maximális folyam értéke?
 7. * (6/14) Legyen $n > 1$ természetes szám. A G gráf csúcsai legyenek az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmaz nemüres részhalmazai. Tetszőleges $x \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ csúcsból tetszőleges $y \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ csúcsba menjen egy $|x \cap y|$ kapacitású él. Legyen a hálózatban a termelő $s = \{1\}$, a fogyasztó pedig $t = \{n\}$. Mennyi a maximális folyam értéke?
 8. (ZH, 2006) Megadható-e 17 ponton 3 egymással izomorf G_1, G_2, G_3 gráf úgy, hogy bárhogy is választunk ki a 17 pont közül 2 különbözőt, az e pontokat összekötő élt a G_1, G_2, G_3 gráfok közül pontosan az egyik tartalmazza?
 9. (ZH, 2006) Tegyük fel, hogy az F fának 17 csúcsa van, és bármely csúcsának a fokszáma 4 vagy 1. Határozzuk meg, legalább hány élt kell F -be behúzni ahhoz, hogy a keletkező gráfnak legyen Euler körsétája!
 10. (ZH, 2006) Bizonyítsuk be, hogy n házaspár tagjai leültethetők egy $2n$ személyes kerek asztal köré úgy, hogy mindenki mellett vagy a házastársa, vagy azonos nemű ismerőse, vagy olyan ellentétes nemű személy ül, akit nem ismer. (Tegyük fel, hogy ha valaki ismeri egy házaspár egyik tagját, akkor ismeri a másikat is, továbbá, hogy az ismeretség kölcsönös.)