

13. gyakorlat

2008. május 7.

<http://www.cs.bme.hu/~peresz/algel/>

1. Mi az alábbi probléma bonyolultsága?
Bemenet: Egy G egyszerű gráf, és egy e él.
Kérdés: Van-e G -ben az e élen áthaladó Hamilton-kör?
2. Az előző feladat problémája visszavezethető polinom időben a Hamilton-kör létezését kérdező problémára, hiszen mindkét probléma NP-teljes. Adjunk meg egy lehetőleg egyszerű visszavezetést!
3. Mi az alábbi problémák bonyolultsága?
Bemenet: Egy G gráf, és pontjainak egy $A \subseteq V(G)$ részhalmaza.
 - (a) Kérdés: Kiszínezhető-e G 3 színnel úgy, hogy épp az A -beli pontok alkossák az egyik színosztályt?
 - (b) Kérdés: Kiszínezhető-e G 3 színnel úgy, hogy az A -beli pontok színe azonos legyen?
4. Mutassuk meg, hogy az alábbi nyelv NP-teljes:
 $L = \{G; G \text{ irányítatlan gráf és van } G\text{-ben } |V(G)| - 2 \text{ élszámú egyszerű út } \}$.
5. (a) Mutassuk meg, hogy a Hamilton-kör keresésének feladata polinom időben megoldható azon irányítatlan gráfok esetén, amelyeknek legfeljebb $n + 10$ élük van (n a csúcsok száma).
(b) Adjunk $O(n)$ lépésszámú algoritmust (éllistával adott bemeneten).
6. Jelölje L_1 az irányítatlan összefüggő gráfokból álló nyelvet és L_2 a Hamilton-kört tartalmazó gráfokból álló nyelvet. Lehetséges-e, hogy $L_1 \prec L_2$, illetve hogy $L_2 \prec L_1$? Válaszát indokolja is meg!
7. Igazolja, hogy ha $\text{coNP} \neq \text{NP}$, akkor $\text{MAXKLIKK} \notin \text{P}$.
8. Bizonyítsa be, hogy NP-teljes az alábbi nyelv:
 $L = \{(a_1, \dots, a_n) : a_i \text{ számok egészek és a számok három részre oszthatóak úgy, hogy mindhárom rész összege ugyanannyi legyen } \}$
9. Mutassa meg, hogy az alábbi L nyelv NP-teljes úgy, hogy visszavezeti rá a MAXFTLEN ismerten NP-teljes nyelvet:
 $L = \{(G, a, b) : a, b > 0 \text{ egészek, a } G \text{ gráfnak van a } K_{a,b} \text{ teljes páros gráffal izomorf feszített részgráfja } \}$