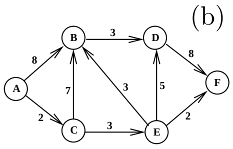
Bevezetés a számításelméletbe II.

2005. MÁRCIUS 10.

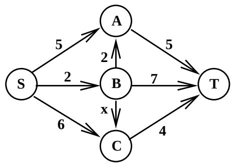
4. gyakorlat: PERT-módszer, Párosítások 1.

1. Határozzuk meg a mellékelt PERT-diagrammokhoz tartozó össz-időt és kritikus tevékenységeket. (A második példában az x változó függvényében.)

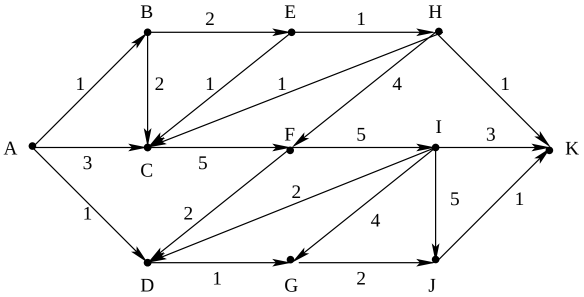
(a)



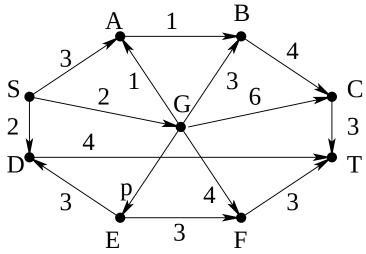
(b)



2. **ZH!** Állapítsuk meg a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő hosszát az alábbi PERT diagramon:



3. **ZH!** Állapítsuk meg, hogy a p paraméter függvényében mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



4. **ZH!** A G irányított gráf csúcsai legyenek egy n elemű halmaz összes részhalmazai. Az A részhalmazból akkor vezessen egy irányított él a B részhalmazba, ha $A \subseteq B$, de $A \neq B$. Az A-ból B-be vezető élhez rendeljük hozzá az $|A| + |B|$ értéket. Határozzuk meg az így kapott PERT feladatban a szükséges időt és kritikus tevékenységeket!

5. Egy vállalatnál hét pályázó jelentkezett hat üres munkahelyre, egy ember esetleg több helyre is. Aladár az 1-es, Béla az 1-es és 6-os, Csaba a 2-es, 3-as és 4-es, Dénes a 2-es és 5-ös, Elemér a 3-as, 4-es és 5-ös, Ferenc az 1-es és 6-os, végül Géza a 6-os munkahelyre. Ábrázoljuk a helyzetet páros gráffal! Döntsük el, hogy betölthető-e mind a hat munkahely. Ha nem mind, akkor legfeljebb hány tölthető be? Javít-e valamit, ha Ferencnek több pénzt ígérünk, és így elérjük, hogy elfogadja a 2-es munkahelyet?

6. Egy osztályban vegyes párosokat szeretnének összeállítani az iskolai pingpong-bajnokságra. Öt fiú és öt lány tud játszani, de nem minden szóbajöhető pár akar együtt játszani. Andrisnak mindegy, hogy kivel játszik, Flórával, Gabival, Helgával, Ildivel vagy Jutkával, de a többi fiú, Balázs, Csaba, Dani és Elemér csak Jutkával hajlandó játszani. Hány párt tud az osztály kiállítani?

7. Lássuk be, hogy minden fa páros gráf és maximum egy teljes párosítása lehet!

8. Legyen G egy egyszerű, összefüggő, páros gráf, melynek mindkét pontosztályában n pont van, és az egyik pontosztályában minden pont foka különböző. Bizonyítandó, hogy ekkor létezik teljes párosítása G-nek.

9. Ha egy összefüggő páros gráfban létezik Hamilton-kör, akkor létezik teljes párosítás. Igaz-e visszafelé? (sátísoráp sejlet kizetél rokka...)

10. Egy $2n$ pontú gráfban a minimális fokszám legalább n. Bizonyítsd be, hogy ekkor létezik teljes párosítás!

11. **ZH!** Egy 100 pontú gráf tetszőlegesen kiválasztott 3 pontja között legalább 2 él fut. Bizonyítsuk be, hogy ekkor létezik a gráfban teljes párosítás!