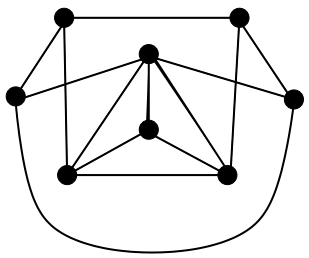
Bevezetés a számításelméletbe II.

2005. FEBRUÁR 24-25.

2. gyakorlat: Színezések

1. Hány szín szükséges az alábbi gráf pontjainak kiszínezéséhez?



2. Legyen $V(G) = \{v_1, \ldots, v_{100}\}$, ahol v_i és v_j között akkor és csak akkor megy él, ha $7 \geq |i - j|$. Mennyi G kromatikus száma?

3. A sakktábla mezői alkossák most a gráfunk pontjait. Köztük él pontosan akkor menjen, ha az egyik mezőről a másikra bástyával el tudunk lépni. Hány színnel színezhető ez a gráf?

4. Legyenek G csúcsai az összes természetes számok, és legyen az n és m csúcs összekötve pontosan akkor, ha $n + m$ páratlan. Határozzuk meg $\chi(G)$-t!

5. Bizonyítsuk be, hogy egy síkbarajzolható gráf tartományai pontosan akkor színezhetők két színnel, ha minden pont foka páros.

6. Mutassunk egy olyan gráfot, melyben nincs teljes 4 pontú részgráf, de nem színezhető ki 3 színnel.

7. Legyen G és H két különböző gráf (diszjunkt ponthalmazokkal). Készítsünk belőlük egyetlen F gráfot úgy, hogy G minden pontját összekötjük H minden pontjával. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(F) = \chi(G) + \chi(H)$.

8. Bizonyítsuk be, hogy minden gráfnak sorbarendezhetők úgy a csúcsai, hogy ha ebben a sorrendben színezzük a gráfot mohó algoritmussal, akkor $\chi(G)$ színt használunk.

9. Ha tudjuk, hogy két színnel színezhető az n csúcsú G gráf, akkor mennyi lehet legfeljebb az élek száma?

10. Lássuk be, hogy $|E(G)| \geq \binom{\chi(G)}{2}$!