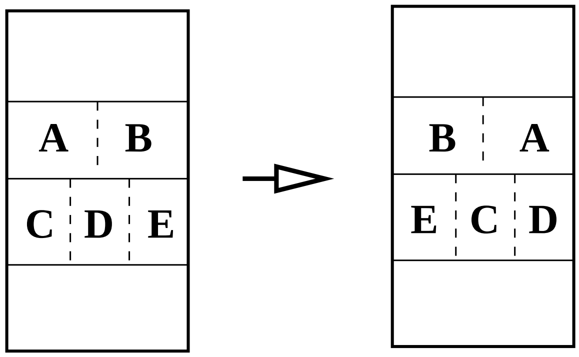
12. Plusz feladat

András, Béla, Cili, Dezső és Emőke a csatlakozás alkalmából európai körútra indulnak kocsival. Hogy ne legyen unalmas az utazás kitalálják, hogy mindig váltogatják, hogy ki hol ül a kocsiban. Annyi kikötés van csak, hogy András és Béla tud csak vezetni, és ezért a sofőrülésen és az anyósülésen csak ők ülhetnek. Egy helycserét leírhatunk egy permutációval. Az $(AB)(DEC)$ permutáció például a következő helycserét eredményezi a kocsiban a kezdeti helyzetből indulva:



Adjuk meg a játék összes lehetséges permutációját! Hány van belőle? Csoportot alkotnak-e az egymás után történő elvégzés műveletére nézve? Kommutatív-e a művelet?

Az út során Cili és Dezső még közelebbi kapcsolatba került, és már csak egymás mellett hajlandók ülni. A kezdeti helyzetből nézve hány lehetséges üléscsere (permutáció) lesz így. Ezek a permutációk csoportot alkotnak-e?