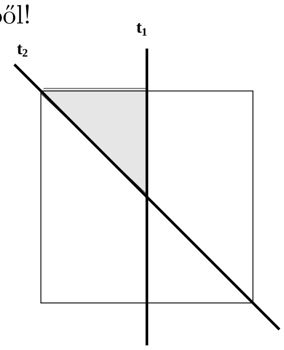
11. Plusz feladat

„A szabályos n-szög egybevágóságai csoportot alkotnak, ahol a művelet az egymás után való elvégzés. Az egységelem a helybenhagyás, a csoport rendje $2n$, van n tengelyes tükrözés és n forgatás. A csoportot D_n-el jelöljük és *diédercsoport*nak nevezzük. Az n forgatás egy C_n-el izomorf részcsoportot alkot."

Írjuk le a négyzet diédercsoportját, D_4-et!

Az ábrán bejelölt két tükrözés vajon generálja-e a D_4 csoport összes elemét? (Tehát a két tükrözés egymás után elvégzéseiből előállítható-e a négyzet összes egybevágósági transzformációja?) Ha igen, akkor adjuk is meg D_4 elemeinek előállítását a két tükrözésből!



A szimmetrikus síkkitöltés Escher nevéhez kötődik. Lényege, hogy egy alapcsempéből kiindulva eltolással fedjük le az egész síkot. Az alapcsempe kigenerálása a sokszög egy generáló háromszögéből a sokszög szimmetrikus transzformációival történik. A négyzet generáló háromszöge a fenti ábrán lárható. Adjuk meg a négyzet többi háromszögéhez azokat a transzformációkat, amelyekkel a generáló háromszögből őket megkaphatjuk!

Egy ilyen program található az interneten a „http://marie.epfl.ch/escher" oldalon. Rajzoljatok ti is egy szép tapétát vele!