7. Plusz feladat

Legyen adva két kötvény. Az A kötvény A_0 forint befizetése esetén $\alpha - 1$ kamatot fizet egy évben, (vagyis, ha k évig tartanánk ebben a pénzünket, akkor $A_0 \cdot \alpha^k$ pénzt kapnánk vissza a k. év végén). A másik B kötvényre, a B_0 alapösszeg befizetése mellett $\beta - 1$ kamatot fizetnek minden évben.

Tegyük fel, hogy mindkét kötvényt tetszőleges pénzösszeg befizetésével is igénybe lehet venni, azonos kamatra, sőt még negatív kötvényt is lehet vásárolni (vagyis hitelt venni fel) ugyanilyen feltételek mellett. Feltételezzük továbbá, hogy a két kötvény kamata különbözik ($\alpha \neq \beta$), a kockázatuktól függően.

Lássuk be, hogy ebben az esetben bármely tetszőlegesen adott x összeget el tudunk érni a k-adik év végére, még akkor is, ha a befektetett pénzek összege 1Ft, vagyis $A_0 + B_0 = 1$.

Lássuk be ugyanezt általános esetre is: vagyis n db hasonlóképpen adott, különböző kamatú kötvény esetén $n - 1$ tetszőleges évre elő tudjuk állítani a kért összeget úgy, hogy a kezdetben befektetett pénzek összege 1Ft.

Segítség: Mutassuk meg, hogy n db különböző kvóciensű mértani sorozatból képzett (legalább n hosszú) vektorok lineárisan független rendszert alkotnak!