Bevezetés a számításelméletbe I.

2004. OKTÓBER 19.

6. gyakorlat: Determinánsok II.

1. **ZH!** Mennyi az $n \times n$-es $A = (a_{i,j})$ mátrix determinánsa, ha
$a_{i,j} = \begin{cases} (i-j+1)^2 & \text{ha } i \geq j, \\ 0 & \text{ha } i < j \end{cases}$

2. Függetlenek-e az $[1,1,0], [1,0,1], [0,1,1,]$ vektorok
   (a) valós test felett?
   (b) modulo 2 test felett?

3. **ZH!** Legyenek $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)$ legfeljebb $(n-2)$-edfokú polinomok, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pedig valós számok. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi determináns értéke mindenképpen nulla.

$$\begin{vmatrix} f_1(a_1) & f_1(a_2) & \ldots & f_1(a_n) \\ f_2(a_1) & f_2(a_2) & \ldots & f_2(a_n) \\ \ldots & & & \\ f_n(a_1) & f_n(a_2) & \ldots & f_n(a_n) \end{vmatrix}$$