6. Plusz feladat

Tekintsük a modulo 7 test feletti 5 hosszú kódok terét. Szeretnénk egy kis titkosítást végrehajtani rajt oly módon, hogy az eredeti természetes bázist $([1,0,0,0,0],[0,1,0,0,0],\dots)$ felcseréljük a következőre:

$$\begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ . \\ \underline{a}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Jók-e ezek a vektorok bázisnak? Hogyan tudjuk előállítani belőle például az $[1,1,1,1,1]$ vektort?