Bevezetés a számításelméletbe I.
2004. SZEPTEMBER 21
2. gyakorlat: Geometria, vektortér

1. Írjuk fel a $(3,4,5)$ ponton átmenő, a $3x+y-3z=8$ egyenletű síkkal párhuzamos sík egyenletét.

2. **ZH!** Határozzuk meg az $x+y+z=5$ egyenletű sík és a $2x-y-2z=3$ egyenletű sík metszésvonalának azt a pontját, amelyik az xy síkba (vagyis az x tengely és az y tengely által meghatározott) síkba esik!

3. **ZH!** Legyen $A=(1,0,0), B=(1,-2,3)$ két pont, a B ponton átmenő e egyenes egyenlete $(x-1)/5=(y+2)/3=z-3$. Keressük meg az e egyenesen azokat a C pontokat, melyekre az ABC háromszögben $|AC|=|BC|$ teljesül!

4. **ZH!** Adjuk meg a p paraméter összes valós értékét, melyre az $x+y+z=1$ és $2x+y=3$ egyenletekkel megadott egyenes egy pontban metszi az $5x+3y+pz=11$ síkot!

5. Döntsük el, hogy az összes valós számon értelmezett valós értékű függvények alábbi részhalmazai vektorteret alkotnak-e a valós test felett?
   (a) folytonos függvények
   (b) legfeljebb öt pontban szakadó függvények
   (c) páros függvények
   (d) polinomfüggvények
   (e) $\{f|f(5)\le 0\}$
   (f) $\{f|f(5)=f(8)\}$

6. **ZH!** A valós számhármasok vektorterében alteret alkotnak-e azok az (x_1,x_2,x_3) vektorok, melyekre $x_1=2x_2-3x_3$?

7. Az $\underline{a},\underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorok elemei, W pedig altere egy V vektortérnek, továbbá $\underline{a}+\underline{b}\in W, \underline{c}+3\underline{a}\in W$, de $\underline{b}+2\underline{c}\notin W$. Mutassuk meg, hogy $6\underline{a}+3\underline{b}+\underline{c}\in W$, és hogy $5\underline{a}+3\underline{b}+\underline{c}\notin W$.

8. Adott két 3-hosszú kódszó a moduló 7 test felett: (2,2,5) és (1,4,5). Elő tudjuk-e állítani belőlük a (0,2,4) kódszót?

9. Egy brókercégnél két portfóliót ajánlanak kisbefektetőknek. Az egyikben 1 OTP, 1 Mol és 1 Matáv részvény van, a másikban nincs OTP, csak 2 Mol és 1 Matáv részvény. Nekünk pedig 3 OTP, 7 Mol és 5 Matáv részvényre lenne szükségünk. Elő tudjuk-e ezt állítani a felajánlott két csomagból? Ha igen, mennyit kérjünk az egyikből, mennyit a másikból? Általánosan milyen rényvénykombinációk állítható elő a két portfólióból, ha nincs kikötve, hogy egész portfóliókat kell vennünk, sőt nem csak vehetünk, hanem el is adhatunk a portfóliókból?