Bevezetés a számításelméletbe I.
2004. szeptember 14.
1. gyakorlat: Vegyes feladatok

1. Helyezzünk el minél több azonos tisztet a sakktáblán úgy, hogy semelyik kettő se üsse egymást. (Ez figuránként külön feladat.)
2. Két pohár közül az egyikben víz, a másikban bor van. Áttöltünk valamennyi vizet a boros pohárba, majd az abban lévő folyadékból visszatöltünk ugyanennyit a vizet tartalmazóba. Miből lesz több: vízből az eredetileg boros pohárban, vagy borból az eredetileg vizesben?
3. Hány emeletes kártyavárat tudunk építeni egy magyar-kártya pakliból? Hány lap kell egy n emeletes kártyavárhoz?
4. Hány mérkőzésre van szükség, ha tíz teniszjátékos közül szeretnénk megtudni, hogy ki a legjobb (nincs formahanyatlás)? És ha arra is kiváncsiak vagyunk, hogy ki a leggyengébb?
5. Egy kosárlabda-mérkőzésen a hazai csapat 78 pontjából legalább hány pontot szerezhetett a legeredményes játékosuk, ha tudjuk, hogy aznap heten találtak be a csapatból?
6. Egy dobozban 51 piros, 62 zöld és 30 sárga golyó van. Hányat kell csukott szemmel kihúzni ahhoz, hogy legyen köztük
   (a) legalább két különböző?
   (b) legalább három piros?
   (c) legalább két azonos?
7. Bizonyítsuk be, hogy egy hatfős társaságban, ha két ember vagy kölcsönösen szereti, vagy kölcsönösen utálja egymást, akkor biztosan találunk hármat közülük, akik vagy mind szeretik, vagy mind utálják egymást!
8. A Kovács házaspár három másik házaspárt hív meg vacsorára. Akik még nem ismerték egymást, bemutatkoznak. Kovács úr mind a hét embertől megkérdezi, hogy hányszor mutatkozott be, és hét különböző választ kap. Hány embert ismert Kovácsné?
9. Egy teknősbéka 6 percig sétált, ami közben többen figyelték. Minden pillanatban valaki rajta tartotta a szemét, és mindenki pontosan 1 percet figyelte, ami alatt sohasem haladt többet 1 méternél. Lehetséges-e, hogy összesen mégis többet haladt előre 6 méternél?
10. Egy kör alakú városban 12 őr teljesít szolgálatot. Délben mindegyik elindul az őrhelyéről a falon valamelyik irányba olyan sebességgel, amellyel egy óra alatt kerülné meg a várost. Ha két őr szembetalálkozik, akkor sarkon fordulnak és változatlan sebességgel haladnak tovább az ellenkező irányban. Bizonyítsuk be, hogy pontban éjfélkor minden egyes őr a saját helyén lesz.