Bevezetés a számításelméletbe I.

2004. NOVEMBER 16.

10. gyakorlat: Sajátérték, sajátvektor

1. **ZH!** Mik a sajátértékei az alábbi mátrixnak?

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Mik a sajátértékei és sajátvektorai az alábbi mátrixnak?

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

3. **ZH!** Határozzuk meg az

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátaltereket!

4. **ZH!** Adjuk meg az alábbi mátrix 2000-edik hatványát!

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

5. Legyen V e legfeljebb 6-odfokú valós együtthatós polinomok vektortere. Határozzuk meg az alábbi lineáris transzformációk sajátértékeit és sajátvektorait.

   (a) $f \to f'$

   (b) $f \to xf'$

6. **ZH!** Bizonyítsuk be, hogy ha egy λ skalár sajátértékre valamely A mátrixnak, akkor az A mátrix A^T transzponáltjának is sajátértéke.

7. **ZH!** Bizonyítsuk be, hogy ha az A invertálható mátrixnak sajátértéke a λ valós szám, akkor $\lambda \neq 0$ és az A mátrix A^{-1} inverzének sajátértéke lesz az $\frac{1}{\lambda}$ szám.