Bevezetés a számításelméletbe I.
2003. OKTÓBER 27-28.
7. gyakorlat: Determinánsok II.

1. **ZH!** Mennyi az $n \times n$-es $A = (a_{i,j})$ mátrix determinánsa, ha
$$a_{i,j} = \begin{cases} (i-j+1)^2 & \text{ha } i \geq j, \\ 0 & \text{ha } i < j \end{cases}$$

2. Függetlenek-e az $[1,1,0], [1,0,1], [0,1,1]$ vektorok
   (a) valós test felett?
   (b) modulo 2 test felett?

3. **ZH!** Legyenek $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)$ legfeljebb $(n-2)$-edfokú polinomok, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pedig valós számok. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi determináns értéke mindenképpen nulla.
$$\begin{vmatrix} f_1(a_1) & f_1(a_2) & \ldots & f_1(a_n) \\ f_2(a_1) & f_2(a_2) & \ldots & f_2(a_n) \\ \ldots & & & \\ f_n(a_1) & f_n(a_2) & \ldots & f_n(a_n) \end{vmatrix}$$

ALK-7

Tekintsük a modulo 7 test feletti 5 hosszú kódok terét. Szeretnénk egy kis titkosítást végrehajtani rajt oly módon, hogy az eredeti természetes bázist ($[1,0,0,0,0], [0,1,0,0,0], \ldots$) felcseréljük a következőre:
$$\begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \cdot \\ \underline{a}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Jók-e ezek a vektorok bázisnak? Hogyan tudjuk előállítani belőle például az $[1,1,1,1,1]$ vektort?

FUN-7

Anti, Balázs és Csaba egy gyárban dolgozik, ugyanolyan gépeken. Tudjuk, hogy Csaba 3 óra alatt készít annyi csavart, mint Anti és Béla 1-1 óra alatt összesen. Balázs 4 óra alatt készít annyit, mint Anti 2 óra és Csaba 3 óra alatt összesen. Végül egyik nap Balázs 9 órát dolgozott, és pontosan annyi csavarral lett kész, mint Anti 3 óra és Csaba 9 óra alatt együttesen. Ki lehet-e számolni ebből, hogy hány csavart tudnak elkészíteni óránként külön-külön? (Vizsgáljuk a homogén lineáris egyenletrendszer determinánsát!)