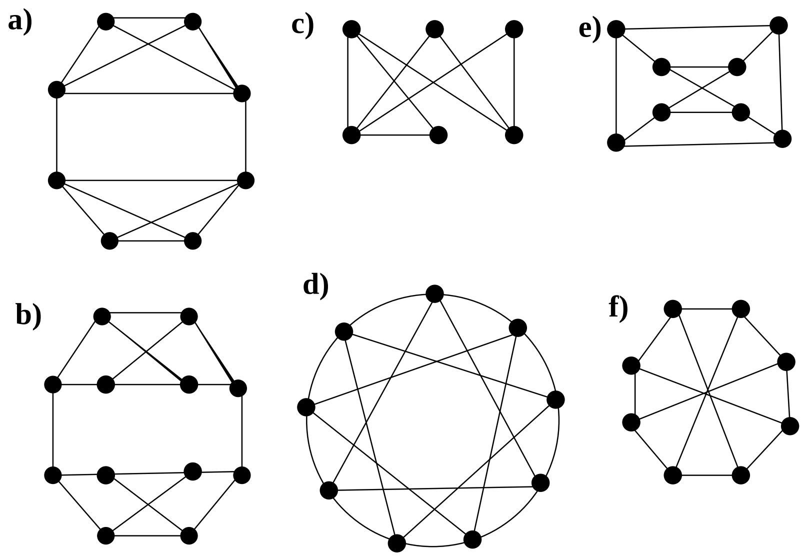
Bevezetés a számításelméletbe I.
2003. DECEMBER 8.-9.
13. gyakorlat: Síkgráfok

1. Egy gömbre rajzolt 6 tartományból álló 3-reguláris gráfban mennyi az élek száma?
2. Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű síkbarajzolható gráfban nem lehet minden pont foka legalább 6.
3. **ZH!** Egy 20 csúcsú konvex poliéder lapjainak száma 12. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos?
4. Adjunk felső becslést egy síkbarajzolható gráf éleinek számára, ha minden körének hossza legalább k.
5. Bizonyítsuk be, hogy egy 4-reguláris egyszerű páros gráf nem lehet síkbarajzolható!
6. **ZH!** Egy síkságon öt ház és öt kút áll. Minden háztól minden kúthoz külön ösvényt kell építenünk. Az építendő ösvények némelyike keresztezheti egymást, de egy-egy kereszteződésben legfeljebb két ösvény találkozhat. Mutassuk meg, hogy ekkor kilencnél kevesebb kereszteződéssel biztosan nem megoldható a feladat.
7. **ZH!** Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok? (Ha igen, akkor rajzoljuk le őket, ha nem akkor mutassuk meg, hogy miért nem!)



8. **ZH!** Van-e olyan 9-pontú G gráf, hogy sem G sem a komplementere $\bar{G}$ nem síkbarajzolható?
9. Síkbarajzolható-e az a gráf, melynek pontjai az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmaz kételemű részhalmazai, és ezek között pontosan akkor megy él, ha a halmazok nem diszjunktak?
10. Egy nemzetközi konferencián egy asztalnál öt különböző ország egy-egy résztvevője ül. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, akiknek az országa nem szomszédos!