Bevezetés a számításelméletbe I.
2003. DECEMBER 1.-2.
12. gyakorlat: Gráfelmélet bevezető

1. Van-e olyan egyszerű gráf, melynek fokszámai:
   (a) 1,2,2,3,3,3
   (b) 1,1,2,2,3,4,4

2. Hány olyan lényegesen különböző gráf van, melyre $n = 4$, $e = 5$?

3. Hány egymással nem izomorf 60 csúcsú, 1768 élű gráf létezik?

4. Lássuk be, hogy egy gráf vagy a komplementere biztosan összefüggő!

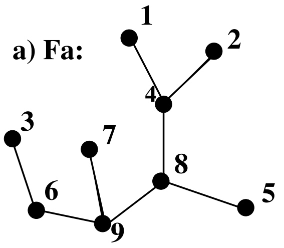
5. Egy n-pontú fában két 5-öd fokú pont van. Legalább hány első fokú pont van benne?

6. **ZH!** Egy n csúcsú fa fokszámai $n-1$ félék. Mekkora lehet n értéke?

7. **ZH!** Ketten a következő játékot játszák. Adott n pont, kezdetben semelyik kettő nincs összekötve. A játékosok felváltva lépnek, minden lépésben a soron következő játékos az n pont közül két tetszőlegesen választott közé behúz egy élet. Az veszít, aki olyan élet húz be, amitől a gráfban kör keletkezik. A kezdő, vagy a másodiknak lépő fog nyerni, ha feltesszük, hogy mindketten a lehető legjobban játszanak?

8. Mi a Prüfer kódja az alábbi fának, és melyik fa tartozik a kódhoz?

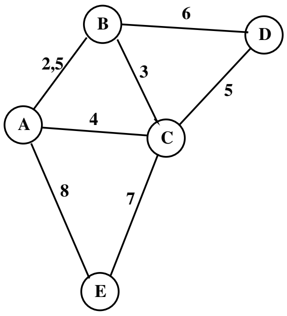
a) Fa:



b) Kód:

[3,3,2,5,4,3,7]

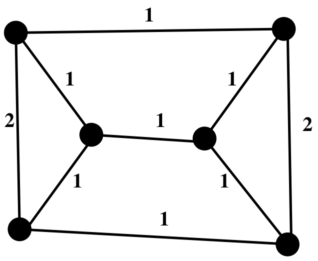
9. **ZH!** A $V = \{1, 2, \ldots, 2n\}$ pontokon hány olyan egyszerű G gráf adható meg, melynek $2n-2$ éle van és két egyforma méretű összefüggő komponensből áll?



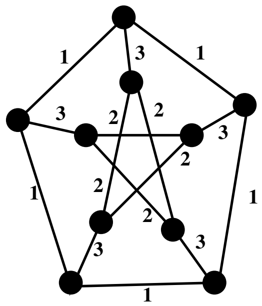
10. Öt falú szeretne aszfaltutat építeni egymás között, hogy bármelyik faluból el tudjanak jutni bármelyik másik faluba, akkor is, ha nagy eső van. Mi a legolcsóbb megoldás, ha az útépítés költségeit az egyes falvak közt az adott élre írt számok jelzik.

11. **ZH!** Hányféleképpen választhatunk ki minimális súlyú feszítőfát az alábbi gráfokból?

a)



b)



12. **ZH!** Van egy $2n$ pontú gráfunk, melyet két egyenlő pontú A és B halmazra bontottunk. A két halmazon belül az élek súlya 1, míg a két ponthalmaz között 2. Mekkora súlyú a minimális összsúlyú feszítőfa a gráfban? Hányféleképpen állhat elő?