Bevezetés a számításelméletbe I.

2003. NOVEMBER 24.-25.

11. gyakorlat: Leszámlálások

1. Az alábbi szavak betűinek felcserélésével hányfajta szót kaphatunk?
   (a) BORJÚ
   (b) ALMA
   (c) MATEMATIKA
2. Az óvodában 25 gyerek közt szeretnénk szétosztani igazságosan 10 csokit, 6 rágót és 9 jégkrémet. Ezt hányféleképpen tehetjük meg?
3. Egy pingpong-versenyen az első 3 versenyzőt díjazzák. Hányféle variációja lehet az egyes oklevelekre kerülő neveknek, ha 32 induló volt?
4. Hány 6-jegyű szám van, ami 10-zel nem oszható?
5. Három barát beül sörözni egy helyre, ahol 7-féle sört csapolnak. Mindegyikük rendel egy korsóval. Hányféleképpen alakulhat a pincér tálcáján lévő sörök összetétele, ha
   (a) mindenki különböző sört rendel?
   (b) rendelhetnek ugyanolyan sört is?
6. Egy Oktogontól induló kismetró-szerelvényben 48-an vannak. Feltéve, hogy a Mexikói útig (6. megálló, végállomás) már nem lesz új felszálló, hányféle eloszlása lehet az egyes megállókban leszálló embereknek számának, ha
   (a) minden megállóban van leszálló?
   (b) lehet olyan megálló is, ahol senki sem száll le?
7. Lássuk be az alábbi azonosságokat!
   (a)
   $$\binom{n}{2} = \binom{k}{2} + k(n-k) + \binom{n-k}{2}$$
   (b)
   $$\sum_{k=0}^{n} \binom{r}{k}\binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}$$
8. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 kockával összegként 17-et dobunk?
9. Sakktáblán találomra helyezünk el 8 bástyát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik bástya sem üti egymást?
10. Mennyi a valószínűsége, hogy 4 találatom lesz a lottón, ha csak 1 szelvénnyel játszom?