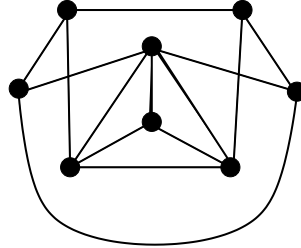


## Bevezetés a számításelméletbe II.

2006. MÁRCIUS 21.

6. gyakorlat: Színezések

1. Hány szín szükséges az alábbi gráf pontjainak kiszínezéséhez?



2. Legyen  $V(G) = \{v_1, \dots, v_{100}\}$ , ahol  $v_i$  és  $v_j$  között akkor és csak akkor megy él, ha  $7 \geq |i - j|$ . Mennyi  $G$  kromatikus száma?
3. A sakktábla mezői alkossák most a gráfunk pontjait. Köztük él pontosan akkor menjen, ha az egyik mezőről a másikra bátyával el tudunk lépni. Hány színnel színezhető ez a gráf?
4. Legyenek  $G$  csúcsai az összes természetes számok, és legyen az  $n$  és  $m$  csúcs összekötve pontosan akkor, ha  $n + m$  páratlan. Határozzuk meg  $\chi(G)$ -t!
5. Bizonyítsuk be, hogy egy síkbarajzolható gráf tartományai pontosan akkor színezhetők két színnel, ha minden pont foka páros.
6. Mutassunk egy olyan gráfot, melyben nincs teljes 4 pontú részgráf, de nem színezhető ki 3 színnel.
7. Legyen  $G$  és  $H$  két különböző gráf (diszjunkt ponthalmazokkal). Készítsünk belőlük egyetlen  $F$  gráfot úgy, hogy  $G$  minden pontját összekötjük  $H$  minden pontjával. Bizonyítsuk be, hogy  $\chi(F) = \chi(G) + \chi(H)$ .
8. Bizonyítsuk be, hogy minden gráfnak sorbarendezhető úgy a csúcsai, hogy ha ebben a sorrendben színezzük a gráfot mohó algoritmussal, akkor  $\chi(G)$  színt használunk.
9. Ha tudjuk, hogy két színnel színezhető az  $n$  csúcsú  $G$  gráf, akkor mennyi lehet legfeljebb az élek száma?
10. Lássuk be, hogy  $|E(G)| \geq \binom{\chi(G)}{2}!$