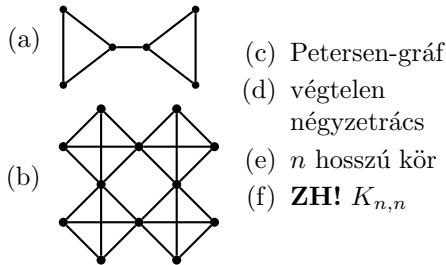


Bevezetés a számításméletbe II.

2006. MÁRCIUS 6.

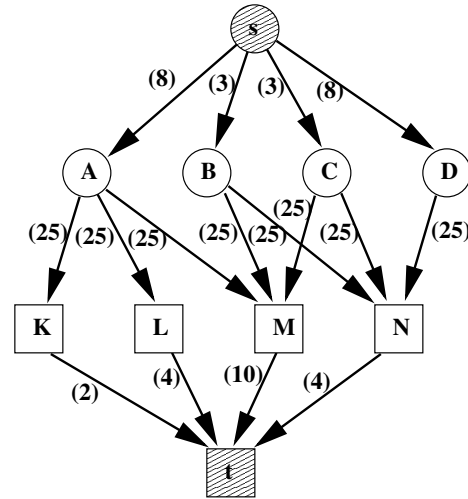
4. gyakorlat: Összefüggőség, Párosítás 1.

1. Hányszorosan pont- illetve élösszefüggőek az alábbi gráfok:



2. Tetszőleges $k \leq l$ egész számokra konstruáljunk olyan gráfot, amely k -szorosan (pont)-összefüggő és l -szeresen élösszefüggő.
3. Mutassuk meg, hogy a k -szoros pontösszefüggésből következik a k -szoros élösszefüggés, de ugyanez visszafelé már nem teljesül!
4. Bizonyítsuk be, hogy egy 2-reguláris gráf pont- és élösszefüggőségi száma megegyezik! (Mi van, ha a gráf 3- vagy 4-reguláris?)
5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy $2n$ pontú G gráf n -szeresen élösszefüggő, akkor kétszeresen pontösszefüggő is!
6. **ZH!** A $G(V, E)$ összefüggő gráfban minden $v \in V$ ponthoz és $e \in E$ élhez van olyan kör, amely v -n is és e -n is átmegy. Mutassuk meg, hogy a G gráf kétszeresen összefüggő!
7. **ZH!** Legyenek A, B és C diszjunkt, r elemű halmazok. Készítsünk egy G gráfot úgy, hogy a csúcsainak halmaza legyen $A \cup B \cup C$ és két csúcsot akkor kössünk össze éllel, ha nem ugyanabba a halmazba esnek. Határozzuk meg azt a maximális k számot, amelyre a G gráf k -szorosan összefüggő.
8. **ZH!** Legfeljebb hány élet lehet elhagyni a 10 csúcsú teljes gráfból úgy, hogy a maradék gráf 4-szeresen élösszefüggő legyen?
9. **ZH!** Bizonyítsuk be, hogy ha G egy egyszerű síkgráf, akkor nem lehet hatszorosan pontösszefüggő!

10. Mennyi a maximális folyam a következő hálózatban?



11. Négy termelő és négy fogyasztó van egy piacon. A termelési kapacitások sorrendben: $A : 8$, $B : 3$, $C : 3$ és $D : 8$, a fogyasztók igénye sorrendben: $K : 2$, $L : 4$, $M : 10$ és $N : 4$. A termék szállítása csak bizonyos termelők és fogyasztók között lehetséges, el lehet juttatni a terméket például az A termelőtől a K fogyasztóhoz (ezt jelöljük $A - K$ -val), de A -ból N -be nem. A lehetséges szállítási útvonalak a következők: $A - K$, $A - L$, $A - M$, $B - M$, $B - N$, $C - M$, $C - N$ és $D - N$. Maximum mennyi kereslet elégíthető ki ezen a piacon?
12. A fenti irányított gráfban (a kapacitásoktól eltekintve!) s és t pont között mennyi az
- élfüggetlen utak maximális száma?
 - elvágó élek minimális száma?
13. Egy tánciskolában 4 fiú és 4 lány érkezett a mai órára. De sajnos nincs mindenki jóban egymással. Például András Kattival jóban van (ezt jelöljük $A - K$ -val), de Nórival nem kedvelik egymást. A lehetséges párok tehát a következők: $A - K$, $A - L$, $A - M$, $B - M$, $B - N$, $C - M$, $C - N$ és $D - N$.
- Hány pár tud legjobb esetben táncolni ma este?
 - Néhányan a társaságból úgy döntenek, hogy mégis inkább moziba mennek. A megmaradók közül viszont senki sincs jóban egymással így elmarad a táncest. Legalább hányan mentek el moziba?