

Bevezetés a számításméletbe I.

2005 OKTÓBER 3-4.

4. gyakorlat: Koordinátageometria, vektorterek 1.

1. A z mely értékei mellett merőleges az $(5, -3, 2)$ és a $(7, 4, z)$ vektor egymásra?
2. **ZH!** A c valós paraméter milyen értékeire
 - (a) merőleges a $3x + cy + 4z = 7$ egyenletű sík a $12x - cy + 16z = 5$ egyenletű síkra?
 - (b) metszi a $3x + cy + 4z = 7$ egyenletű sík a $12x - cy + 16z = 5$ egyenletű síkot?
3. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amelyik átmegy az origón és merőleges a $(2, 3, 4)$ vektorra! Írjuk fel az ezzel párhuzamos, $(1, 1, 1)$ ponton áthaladó síkét is.
4. Egy sík a koordinátatengelyeket a $(2, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 5)$ pontokban metszi. Írjuk fel az egyenletét.
5. **ZH!** Határozzuk meg az $x + y + z = 5$ egyenletű sík és a $2x - y - 2z = 3$ egyenletű sík metszéspontjának azt a pontját, amelyik az x és az y tengely által meghatározott síkba esik.
6. Kifejezhető-e a $(6, 18, 12)$ vektor a $(2, 2, 2)$ és a $(0, 6, 3)$ vektor lineáris kombinációjaként? Írjuk fel a két vektor által generált, origón átmenő sík egyenletét!
7. Egy brókercégnél két portfóliót ajánlanak kisbefektetőknek. Az egyikben 1 OTP, 1 Mol és 1 Matáv részvény van, a másikban nincs OTP, csak 2 Mol és 1 Matáv részvény. Nekünk pedig 3 OTP, 7 Mol és 5 Matáv részvényre lenne szükségünk. Elő tudjuk-e ezt állítani a felajánlott két csomagból? Ha igen, mennyit kérjünk az egyikből, mennyit a másikkól? Általánosan milyen részvénykombinációk állíthatóak elő a két portfólióból, ha nincs kikötve, hogy egész portfóliókat kell vennünk, sőt nem csak vehetünk, hanem el is adhatunk a portfóliókból?
8. Adott két 3-hosszú kódszó a moduló 7 test felett: $(2, 2, 5)$ és $(1, 4, 5)$. Elő tudjuk-e állítani belőlük a $(0, 2, 4)$ kódszót?
9. Vektorteret alkotnak-e az alábbi halmazok (a valós számok, mint skalárhalmaz felett)?
 - (a) Az összes térvektor,
 - (b) az összes $ax + by = c$ alakú egyenlet,
 - (c) az összes n -edfokú egyváltozós polinom,
 - (d) az összes legfeljebb n -edfokú egyváltozós polinom,
 - (e) az összes egyváltozós polinom,
 - (f) a folytonos függvények,
 - (g) $\{f : f(5) \geq 0\}$
 - (h) $\{f : f(5) = f(8)\}$
10. **ZH!** A valós számhármassok terében vektorteret alkotnak-e azok az (x_1, x_2, x_3) vektorok, melyekre
 - (a) $x_1 = 2x_2 - 3x_3$
 - (b) $x_1 = 2x_2 - 3x_3 + 2$