Bevezetés a számításelméletbe I.

MEGOLDÁSOK

11. gyakorlat: Leszámlálások

1. Permutáció, és ismétléses permutáció:

   (a)
   $$5!$$

   (b)
   $$\frac{4!}{2!}$$

   (c)
   $$\frac{10!}{3!2!2!}$$

2. Ismétléses permutáció:
   $$\frac{25!}{10!9!6!}$$

3. Variáció:
   $$\frac{32!}{29!}$$

4. Ismétléses variáció (megszorításokkal): $9 \cdot 10^4 \cdot 9$

5. Kombináció, és ismétléses kombináció:

   (a)
   $$\binom{7}{3}$$

   (b)
   $$\binom{7+3-1}{3} = \binom{9}{3}$$

6. Az emberek most nem különbözőek, mert csak a számukat kérdezzük.

   (a) Állítsuk sorba az embereket, majd ezek után jelöljük ki azokat az embereket, akik utoljára szállnak ki az egyes megállókban. Így összesen 5 embert kell kijelölnünk 47 közül, ugyanis az utolsó leszálló tudjuk ki lesz, (és ő korábban nem szállhat le.) Ezért az eredmény:
   $$\binom{47}{5}$$

   (b) Ismétléses kombináció: (6 megállóból kell 48-szor választanunk)
   $$\binom{6+48-1}{48} = \binom{53}{48} = \binom{53}{5}$$

7. Mindkét bizonyításhoz ugyanazt a mesét mondjuk el: vannak szép és rohadt almáink (de mindegyiket meg tudjuk különböztetni)...

   (a) Összesen n darab almából k darab a szép, a többi rohadt. Két almát az n-ből kiválaszthatunk úgy, hogy mindkét alma szép, az egyik szép - a másik rohadt, vagy mindkettő rohadt. Az esetek egyértelműen elkülönülnek egymástól, így az összegük adja az összes esetet.

   (b) Most s darab szép és r darab rohadt almánk van. Ebből n darabot ki tudunk választani úgy, hogy $0, 1, 2, \ldots, n-1$ illetve n darab rohadt van köztük.

8. Egy A esemény valószínűségét úgy tudjuk kiszámítani, hogy a jó események számát, elosztjuk az összes események számával. Itt $P(A) = 3/6^3$

9. Jó lerakások száma / összes lerakások száma=

$$\frac{8!}{\binom{64}{8}}$$

10. Hány féleképpen lehet 4 találatom / összes lehetőség=

$$\frac{\binom{5}{4} \cdot 85}{\binom{90}{5}}$$