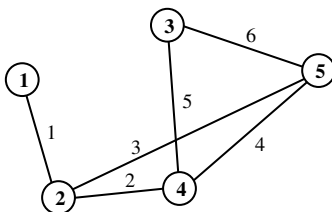


Bevezetés a számításméletbe I.

2006. DECEMBER 12-13.

14. gyakorlat: Gráfrepresentációk, számosságok

1. Írjuk fel az alábbi gráf szomszédossági (A) és illeszkedési (B) mátrixát:



Mi olvasható ki A^k mátrixból? Mit mutatnak az A^2 diagonálisában lévő elemek? Mit ad $\text{tr}(A^3)$, vagyis főátlóban lévő elemek összege? Mit kapunk a $B \cdot B^T$ szorzat eredményeképp?

2. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
- (a) A természetes számok véges részhalmazai.
 - (b) A természetes számok részhalmazai.
 - (c) Azok az $1, a_1, a_2, \dots$ sorozatok, melyekben a szomszédos elemek hányadosa $1/2$ vagy 2 .
 - (d) Azok az x -ből és y -ből álló sorozatok, melyekben csak véges sok y fordul elő.
 - (e) Az egész számokból álló $n \times n$ -es mátrixok.
 - (f) Azon síkbeli háromszögek, melyeknek minden koordinátája egész szám.
 - (g) Azon síkbeli háromszögek, melyeknek a területe egész szám.
 - (h) A síkon egy háromszög belső pontjai.
 - (i) A racionális számokból álló végtelen sorozatok.
 - (j) A természetes számok összes permutációja.
 - (k) A folytonos valós függvények.
3. **ZH!** Mi az olyan z komplex számok halmazának számossága, amikre teljesül, hogy $z \cdot \bar{z}$ egész szám?
4. **ZH!** Tekintsük a síkon azon négyzetek halmazát, melyeknek legalább az egyik csúcsa egész koordinátájú. Mennyi ennek a halmaznak a számossága?
5. **ZH!** Mi a valós számokon megadható olyan nyílt intervallumok halmazának számossága, melyeknek mindkét végpontja racionális szám?
6. **ZH!** Mennyi az olyan nullával kezdődő végtelen hosszú sorozatok halmazának számossága, melyekben bármely két szomszédos tag különbsége ± 1 ?
7. **ZH!** Mennyi az olyan (végtelen hosszú) számtani sorozatok halmazának számossága, melyben az elemek egész számok?
8. **ZH!** Mi a számossága az olyan x valós számok halmazának, melyekhez található olyan n pozitív egész szám, amire x^n racionális?