Bevezetés a számításelméletbe II.

2004. MÁRCIUS 11-12.

5. gyakorlat: Élszínezés, perfekt gráfok

1. Mennyi a Petersen-gráf élkromatikus száma (χ_e)?
2. **ZH!** A G páros, egyszerű gráfban minden pont foka r ($r \geq 2$). Osszuk fel G egy tetszőleges élét egy ponttal. Mennyi a keletkezett G' gráf $\chi_e(G')$ élkromatikus száma?
3. Mennyi $\chi_e(K_{2n} - \{n \text{ darab független él}\})$?
4. Mely n-ekre lesz $L(K_n)$, az n-szögpontú teljes gráf élgráfja perfekt?
5. Lássuk be, hogy egy páratlan kör komplementere nem perfekt!
6. Bizonyítsuk be, hogy egy páros gráf komplementere perfekt!
7. **ZH!** A G gráf csúcsai legyenek a 8×8-as sakktábla mezői, és két mező akkor legyen szomszédos G-ben, ha egy lóugrásnyira vannak egymástól.
   (a) Határozzuk meg G kromatikus számát, $\chi(G)$-t!
   (b) Bizonyítsuk be, hogy G perfekt!
8. **ZH!** Legyen G olyan gráf, melyre $\chi(G) = k$. Bizonyítsuk be, hogy G élei irányíthatók úgy, hogy a leghosszabb irányított út legfeljebb k pontot tartalmazzon.
9. Legyen G összehasonlítási gráf, és legyenek az élei úgy irányítva, hogy a rendezés szerint mindig a nagyobb felé mutassanak. Minden csúcs mellé írjuk oda a belőle induló leghosszabb irányított út csúcsainak számát.
   (a) Bizonyítsuk be, hogy szomszédos csúcsok mellé nem írtuk ugyanazt a számot!
   (b) Bizonyítsuk be, hogy G perfekt!
10. Bizonyítsuk be, hogy egy intervallum gráf komplementere összehasonlítási gráf!