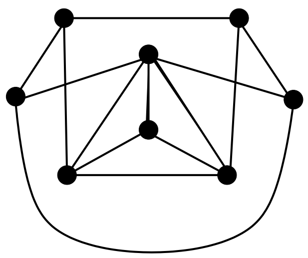
Bevezetés a számításelméletbe II.
2004. MÁRCIUS 4-5.
4. gyakorlat: Színezések

1. Hány szín szükséges az alábbi gráf pontjainak kiszínezéséhez?



2. Legyen $V(G) = \{v_1, \ldots, v_{100}\}$, ahol v_i és v_j között akkor és csak akkor megy él, ha $7 \geq |i - j|$. Mennyi G kromatikus száma?
3. A sakktábla mezői alkossák most a gráfunk pontjait. Köztük él pontosan akkor menjen, ha az egyik mezőről a másikra bástyával el tudunk lépni. Hány színnel színezhető ez a gráf?
4. Legyenek G csúcsai az összes természetes számok, és legyen az n és m csúcs összekötve pontosan akkor, ha $n + m$ páratlan. Határozzuk meg $\chi(G)$-t!
5. Bizonyítsuk be, hogy egy síkbarajzolható gráf tartományai pontosan akkor színezhetők két színnel, ha minden pont foka páros.
6. Bizonyítsuk be, hogy ha G páros gráf, akkor $\chi_e(G) = \Delta(G)$, ahol $\chi_e(G)$ a gráf élkromatikus száma és $\Delta(G)$ a gráf maximális fokszáma.
7. Legyen G és H két különböző gráf (diszjunkt ponthalmazokkal). Készítsünk belőlük egyetlen F gráfot úgy, hogy G minden pontját összekötjük H minden pontjával. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(F) = \chi(G) + \chi(H)$.
8. Bizonyítsuk be, hogy minden véges egyszerű gráfban $\chi(G) \leq \tau(G) + 1$! Mutassunk példát olyan gráfra, ahol az egyenlőség teljesül!
9. Bizonyítsuk be, hogy $\alpha(G) \cdot \chi(G) \geq |V(G)|$!
10. **ZH!** Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \geq |V(G)|$!
11. Lássuk be, hogy $|E(G)| \geq \binom{\chi(G)}{2}$!