

Biró Péter

## A stabil párosítás probléma és általánosításai: algoritmikus és játékelméleti nézőpontból

Általános értelemben *stabilnak* nevezünk egy olyan piaci helyzetet, ahol nincsenek olyan szereplők, akiknek lehetőségük van egy új együttműködés létrehozására, amelyben mindannyian jobban járnának (felbontva eközben esetleg más jelenlegi kapcsolataikat). Gale és Shapley 1962-es, klasszikussá vált cikkében [7] a házassági kapcsolatok alapmodelljén szemléltette és elemezte a problémát. A házasságoknak megfelelő párosítás stabilitása itt azt jelenti, hogy nincs olyan ún. *blokkoló pár*, melyben mindkét félnek megérné egy új házasságot kötnie egymással (elhagyva esetleg jelenlegi házastársaikat). Gale és Shapley egy természetes algoritmus segítségével megmutatta, hogy miként található tetszőlegesen megadott preferenciákra stabil párosítás a vizsgált fiúk és lányok között.

Az első fejezetben egy kooperatív játékelméleti áttekintést adunk, melyben a stabil párosításokat egy bizonyos NTU-játék mag-megoldásaként definiáljuk.

A második fejezet témája az úgynevezett stabil szobatárs probléma, amely a stabil párosítás probléma nempáros gráfokon értelmezett változata. Itt először a stabil házasság és stabil szobatárs problémák megoldásainak dinamikáját tanulmányozzuk. Páros esetben Roth és Vande Vate [8] algoritmusára, nempáros esetben pedig Tan és Hsueh [9] hasonló inkrementáló algoritmusára támaszkodunk az elemzésben, és az általuk kapott megoldások tulajdonságait vizsgáljuk (lásd [5]). A másik probléma a „majdnem stabil párosítások” kérdése, ahol a feladat egy olyan párosítás keresése, amelyre a blokkoló élek száma a lehető legkevesebb egy adott stabil szobatárs probléma esetén (lásd [1]).

A harmadik fejezetben a stabil párosítás probléma csúcs- és élkapacitásos általánosításával, a stabil allokáció problémával foglalkozunk. A probléma megoldását először a Scarf-lemmából vezetjük le, majd megmutatjuk, hogy gráfok esetén a probléma konstrukciók sorozatával visszavezethető a stabil párosítás problémájára. Páros gráfok esetén ismertetjük Baiou és Balinski induktív algoritmusát, majd megmutatjuk miként lehet ezt kiterjeszteni nempáros gráfokra. Végül, a csúcskapacitásos stabil párosítás probléma egy gyakorlati alkalmazásaként bemutatjuk és elemezzük a magyarországi felsőoktatási felvételi rendszert (lásd [2]).

Az utolsó fejezetben az oszthatatlan javak cseréjének problémakörét tárgyaljuk. Először egy játékelméleti áttekintést adunk, és motivációként ismertetjük a vese-csere-programokat, mint fontos gyakorlati alkalmazást. Ezután a maximális összsúlyú korlátos hosszú köröket tartalmazó cserek problémáját vizsgáljuk (lásd [6]). Végül az úgynevezett stabil csere problémát elemezzük (lásd [3]) és bemutatjuk a [4] cikk eredményét, egy speciális stabil csere probléma közelíthetetlenségét.

## Hivatkozások

- [1] David J. Abraham, Péter Biró, and David F. Manlove. „Almost stable” matchings in the roommates problem. In *Approximation and online algorithms*, volume 3879 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 1–14. Springer, Berlin, 2006.
- [2] Péter Biró. Higher education admission in Hungary by a ”score-limit algorithm”. *The 18th International Conference on Game Theory at Stony Brook University*, 2007.
- [3] Péter Biró. Stable exchange of indivisible goods with restrictions. *Proceedings of the 5th Japanese-Hungarian Symposium*, pages 97–105, 2007.
- [4] Péter Biró and Katarína Cechlárová. Inapproximability of the kidney exchange problem. *Inf. Process. Lett.*, 101(5):199–202, 2007.
- [5] Péter Biró, Katarína Cechlárová, and Tamás Fleiner. The dynamics of stable matchings and half-matchings for the stable marriage and roommates problem. *Internat. J. Game Theory*, in print.
- [6] Péter Biró and Romeo Rizzi. Maximum weight directed cycle packing problem in optimal kidney exchange programs. (*working paper*), 2007.
- [7] D. Gale and L. S. Shapley. College Admissions and the Stability of Marriage. *Amer. Math. Monthly*, 69(1):9–15, 1962.
- [8] Alvin E. Roth and John H. Vande Vate. Random paths to stability in two-sided matching. *Econometrica*, 58(6):1475–1480, 1990.
- [9] Jimmy J. M. Tan and Yuang Cheh Hsueh. A generalization of the stable matching problem. *Discrete Appl. Math.*, 59(1):87–102, 1995.