Tömegkiszolgálás—ZH 1999, Április 12.

Feladat 1 *Tekintsük a*

$$\pi = \begin{pmatrix} q & p & 0 & 0 & 0 & \dots \\ q & 0 & p & 0 & 0 & \dots \\ 0 & q & 0 & p & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott végtelen állapotú Markov láncot, ahol $p + q = 1$. Milyen p értékre stabil ez a lánc?

Feladat 2 *Az előző példában mi a határeloszlás stabilitás esetén?*

Feladat 3 *Tekintsük az $X_{n+1} = (X_n - V_{n+1} + Y_{n+1})^+$ rekurzióval adott sorozatot. Milyen feltételekkel lesz ez Markov lánc, mikor lesz homogén és mikor lesz stabil?*

Feladat 4 *Tegyük fel, hogy egy autót 0.5 valószínűséggel mosnak le egy adott percben (ugyanekkora valószínűséggel egyet sem mosnak le). Legyen 0.6 annak a valószínűsége, hogy egy adott percben nem érkezik új autó az autómosóba és 0.4 valószínűséggel egy autó érkezik. Stacionárius eloszlást feltéve mi a valószínűsége annak, hogy nem tudok beállni az autómosóba, ha ott az éppen mosott autóval együtt csak három autó várakozhat.*

Feladat 5 *Bizonyítsd be, hogy irreducibilis Markov lánc esetén az aperiodikusság öröklődik!*