Tömegkiszolgálás—ZH 2003. április 7.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

Feladat 1 *Adott egy bináris Markov-lánc a*

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.01 & 0.99 \end{pmatrix}$$

egylépéses átmenetvalószínűség-mátrixszal. Mekkora a csupa 0 *sorozat, illetve a csupa* 1 *sorozat hosszának a várható értéke?*

Feladat 2 *Stabil-e a következő átmenetvalószínűség-mátrixszal adott* 4 *állapotú Markov-lánc?*

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Feladat 3 *Legyen a Markov-lánc átmenetvalószínűség-mátrixa a következő:*

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tegyük fel, hogy X_0 *eloszlása* $(0, 1, 0)$. *Mi lesz* X_3 *eloszlása?*

Feladat 4 *Ha tegnap esett az eső, akkor legyen* α *annak a valószínűsége, hogy ma is esni fog. Ha tegnap nem esett, akkor annak a valószínűsége, hogy ma esni fog legyen* β. *Számítsd ki az eső valószínűséének határeloszlását!*

Feladat 5 *Mikor nevezünk egy Markov-láncot pozitív visszatérőnek?*