# Tömegkiszolgálás—PótZH 2000. december 7.

**Fontos!** Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

**Feladat 1** *Tekintsük a*

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

*átmenetmátrixszal megadott Markov-láncot. Mennyi a* $\mathbf{P}(X_3 = 2 | X_0 = 1)$ *háromlépéses átmenetvalószínűség értéke?*

**Feladat 2** *Stabil-e az alábbi átmenetmátrixszal megadott Markov-lánc?*

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & q & 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

*ahol* $p \neq 0$, $q \neq 0$, $p + q = 1$.

**Feladat 3** *Bergengóciában az utóbbi időben túl sokan dőltek a kardjukba azért, mert a kaszinóban elvesztették utolsó darab fehérneműjüket is. Ezért a kormány úgy érezte, hogy egy sokkal barátságosabb szerencsejátékra van szükség. Hamarosan előálltak az új játék, a* Bankrobi *tervével: Ha a játékosnak* $i > 0$ *Ft-ja van, akkor egy játékban* $p$ *valószínűséggel nyerjen 1 Ft-ot, és* $1 - p$ *valószínűséggel veszítsen 1 Ft-ot* $(0 < p < 1)$. *Ha 0 Ft-ja van, akkor* $1 - p$ *valószínűséggel ne változzon a pénze és* $p$ *valószínűséggel nyerjen 1 Ft-ot. Tudni lehet még, hogy a kaszinó végtelen sok pénzzel rendelkezik. (Ennek okát ne firtassuk, talán egy aranybánya, de az is lehet, hogy egyszerűen csak közel áll a kormányhoz.) Írd fel a játékos pénzére vonatkozó átmenetmátrixot! Milyen* $p$ *értékek mellett lesz stabil a Markov-lánc?*

**Feladat 4** *Az előző példában mi a határeloszlás stabilitás esetén?*

**Feladat 5** *Mikor nevezünk egy diszkrét idejű sztochasztikus folyamatot gyengén stacionáriusnak?*