# Tömegkiszolgálás zárthelyi

2011. március 21.

---

A megoldásokhoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

**1. feladat.** Milyen $p$ és $q$ esetén teljesül a következő átmenetvalószínűség-mátrixszal adott végtelen állapotú Markov-láncra a stabilitásra vonatkozó tanult elégséges feltétel?

$$\Pi = \begin{pmatrix} 1-p-q & p & q & 0 & 0 & \dots \\ 1-p-q & p & q & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1-p-q & p & q & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1-p-q & p & q & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

**2. feladat.** Tegyük fel, hogy egy autót 0.5 valószínűséggel mosnak le egy adott percben (ugyanekkora valószínűséggel egyet sem mosnak le). Legyen 0.6 annak a valószínűsége, hogy egy adott percben nem érkezik új autó az autómosóba és 0.4 valószínűséggel egy autó érkezik. A sorhossz stacionárius eloszlását kiszámítva, adjuk meg annak a valószínűségét, hogy rögtön be tudok állni az autómosóba, azaz üres a sor! (Kész autó a perc végén távozik, érkezés a percen belül történik.)

**3. feladat.** A 2. feladatban mekkora a sorhossz várható értéke?

**4. feladat.** Írd fel időosztás esetén az $i$-edik felhasználó sorhosszára vonatkozó evolúciós egyenletet! Mennyi az átlagos késleltetés? Hogyan viszonyul ez az egyszerű csomagkoncentrátor átlagos késleltetéséhez?

**5. feladat.** Mikor nevezünk egy Markov-láncot visszatérőnek? Visszatérő-e a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-lánc?