

Tömegkiszolgálás zárthelyi

2011. február 28.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

1. feladat. Adj példát négy állapotú nem stabil Markov-láncre!

2. feladat. Tekintsük a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot. Mennyi a $\mathbf{P}(X_2 = 1 | X_0 = 0)$ kétlépéses átmenetvalószínűség értéke? Mi X_2 eloszlása, ha a Markov-láncot a $P^{(0)} = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ eloszlásból indítjuk?

3. feladat. Stabil-e az előző feladatban adott Markov-lánc?

4. feladat. Tekintsük az $X_{n+1} = (X_n + Y_{n+1}) \bmod 4$ sorozatot. Milyen feltételekkel lesz ez Markov-lánc? Mikor lesz homogén? Mikor lesz irreducibilis, illetve aperiodikus?

5. feladat. Tekintsük a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{9}{10} \\ \frac{3}{10} & \frac{7}{10} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot. Mi a határeloszlása?