Tömegkiszolgálás zárthelyi

2010. március 29.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

1. feladat. Milyen p és q esetén teljesül a következő átmenetvalószínűség-mátrixszal adott végtelen állapotú Markov-láncra a stabilitásra vonatkozó tanult elégséges feltétel?

$$\Pi = \begin{pmatrix} p & q & 0 & 0 & 0 & \dots \\ p & 0 & q & 0 & 0 & \dots \\ 0 & p & 0 & q & 0 & \dots \\ 0 & 0 & p & 0 & q & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

2. feladat. Írd fel az egyszerű csomagkoncentrátorban sorakozó csomagok számára vonatkozó evolúciós egyenletet! Mi a stabilitás feltétele? Mennyi az átlagos késleltetés?

3. feladat. Tegyük fel, hogy Nagyesze professzor egy adott percben $\frac{1}{2}$ valószínűséggel válaszol egy a hallgatók által küldött levélre, de ugyanekkora valószínűséggel a titkárnőjének udvarol. Legyen $\frac{4}{5}$ annak a valószínűsége, hogy egy adott percben nem érkezik új levele a professzornak, $\frac{1}{5}$ valószínűséggel érkezik. A levelek érkezése független a professzor udvarlási kedvétől. Mekkora a válaszra váró levelek számának a várható értéke?

4. feladat. Tegyük fel, hogy az előző feladatban a professzor gépe a megválaszolt leveleket azonnal átteszi másik folderbe, és az éppen megválaszolásra kerülő levéllel együtt összesen csak 10 levél fér be a új levelek folderébe. Stacionárius eloszlást feltéve mi annak a valószínűsége, hogy egy újonnan érkező levelet a rendszer nem tud fogadni?

5. feladat. Mennyi a p paraméterű geometriai eloszlás várható értéke? Bizonyítsd is!